TECHE
UDINE

MANOSCRITTI

FONDO PRINCIPALE

Manoscritto n. **P_MSS_1025_IX**

Nel Fondo Principale sono confluiti la maggior parte dei lasciti manoscritti pervenuti alla Biblioteca Civica «Vincenzo Joppi» nel corso del tempo: si tratta perciò di un fondo composito nel quale è possibile trovare manoscritti di argomento liturgico, scientifico, giuridico, botanico e altro.

Collocazione:

Biblioteca Civica "Vincenzo Joppi", Udine
https://www.techeudine.it/fondo-principale
https://www.sbhu.it/

IX

COMMENZE DELLE LET· DEL CON· GIOR· RICCATI · VIII ·

1025
IX

BIBLIOTECA COMUNALE
VINCENZO JOPPI
UDINE
N. Joppi 1025 | IX

Commerzio di Lettere
dal
Co. Giordano Riccati
Tomo IX.
nell'anno 1740.

Indice degli Autori delle Lettere

Celati (Sebastiano) pag. 23, 29, 81, 109, 135, 145, 191, 321, 331.

Contavalli (Ab. Giuseppe) pag. 9, 43, 59, 71, 105, 111, 149, 327, 341.

Giannini (Pietro) pag. 103, 141, 227.

De Malfatti (Gian-Francesco) pag. 33, 77, 167, 175, 245, 273, 303, 323, 333, 343.

Mariscotti (Marchese Giacomo) pag. 17, 25, 61, 75, 123, 133, 143, 147, 153.

Matani (Ab. Antonio) pag. 3, 21, 27, 115, 125, 163.

Molini (Giuseppe) pag. 173.

Nicolai (Arcip. Giambatista) pag. 65, 181, 219, 255, 279, 319, 357.

Novelli (Giambatista) pag. 197.

Pazzini Carli (Giuseppe) pag. 19, 129, 179, 271, 351.

Pazzini Carli (Vincenzo) pag. 41, 121.

Pezzana (Eredi di Niccolò) pag. 137.

Remondini (Negozio) pag. 301, 317.

Riccati (Co. Giordano) pag. 5, 7, 13, 15, 39, 45, 49, 57, 67, 85, 87, 95, 99, 107, 113, 117, 119, 127, 131, 139, 155, 157, 169, 171, 185, 187, 189, 201, 203, 231, 235, 241, 243, 247, 281, 337, 353.

Roselli (Gian-Antonio) pag. 97.

Sacchi (P. D. Giovenale) pag. 193.

Di Sbrojavacca (Co. Niccolò) pag. 55.

Schioppalalba (Ab. Giambatista) pag. 199, 229.

Troili (Ab. Domenico) pag. 195.

Ximenes (Ab. Leonardo) pag. 1, 267, 335.

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron.e Col.mo

Nella maniera, che ho scritto a V. S. Ill.ma in-torno al Suo Originale delle Leggi del Contrappunto, mi son portato a Siena, dove mi sono informato de migliori Stampatori, tra quali ho trovato il Fratelli Bindi, i quali per le informazioni avute sono gente fedele, e ricchi de buoni caratteri. Essi considerata l'opera, apprezzandola secondo il suo merito, e si trovano nelle migliori disposizioni per intraprenderne l'edizione con patti ragionevoli: Ma dovendo attendere l'Incisore, che è ito a Roma, e che sarà di ritorno per i primi di Quaresima, non possono formare il sicuro giudizio dell'importare della medesima, e perciò si riserbano a dar l'ultima risposta dopo aver sentito il sentimento dell'Incisore. Intanto per fare qualche scoperta delle loro intenzioni, gli ho interrogati sugli Esemplari, ed il loro sentimento par che sia, che V. S. Ill.ma ne pigli 100 Esemplari

[illegible] i Volumi stampati. Il Sig.r [illegible] debba farle tenere i Volumi, e di tutti pieno di riconoscenza, e di ossequiosissimi rispetti, ed io più di tutti, e di vera stima mi dichiaro di V. S. Ill.ma

Ferr.o 5 Feb.o 1760

Um.o Dev.o Obb.mo Servidore
Avv.o Meloni

per il prezzo corrente, e che essi ne facciano un regalo di 25. Esemplari: sicchè il patto si ridurrebbe al solo pagamento di soli 75. Esemplari.

Adunque mentre si attende il parere dell'Incisore, sarebbe ben fatto, che V.S. Ill.ma mi palesasse il sentimento suo intorno alla condizione dell'Impresario Stampatore, la quale ancora non è fissata, ma pare che vi sia tutta l'inclinazione. Desidero, che questa Edizione si faccia per decoro della nostra Italia, e per progresso di una materia così oscura qual'è quella delle vere leggi del Contrappunto. Attendendone intanto la Sua grata risposta con pienezza di stima, e rispetto mi dichiaro.

Di V.S. Ill.ma

Siena 3. Gennajo 1780.

All'Ill.mo Sig.r Conte
Giordano Riccati
Treviso.

Devotiss.o ed Obb.o Serv.
Leonardo Ximenes

Malfatti
di co:
ama.
i ch'io
z per
le l'ae:
, alla mia
, e che se ne
simo sentimento
per
di
lvi:
es me
ento
ne devo
alere,

, dei
toa,
vro
·ame
suoi

...ino che sia ... i Volumi stampati. Il Sig. Malfatti ...
debba farle tenere i Volumi, e di tutti pieno di riconoscenza, e di ossequiosissi
rispetti, ed io più di lui, e di ... e stima mi dichiaro
di V. S. Illma

Ferr.a 5 Gen.o 1760 Umo. Devo. Obbmo. Servidore
Anto. Meloni

All'Ill.mo Sig.re Sig.re Pron. Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

5

Treviso

Ill.mo Sig. Sig. Pron. Col.mo

professo mille obbligazioni, e queste ben grandi, all' Ornat.mo Sig. Malfatti
che mi ha procurato l'onore della di Lei Padronanza, e la sorte di co:
noscerla per Lettera, come da tanto tempo la conoscevo per fama.
Io non sono niente suscettibile di superbia, e vanità. Bisogna però ch'io
confessi a V. S. Ill.ma che in questa volta lo son doppiamente, e per
la umanissima, e gentil.ma Lettera sua, e per il prezioso regalo che l'ac:
compagna. La di Lei Dissertazione farà un onore ben grande alla mia
Raccolta; e il Sig. Gianfrancesco, a cui l'ho data da leggere, e che se ne
intende senza paragone assai più di me, è del mio medesimo sentimento,
e ne fece pubblicamente ier sera quegli Elogj che non sono nuovi per
Lei. Ella dissert.ne sarà stampata nel Quarto Tomo, cioè il primo di
questo anno corrente, che uscirà nel mese di Marzo che è il primo tri:
mestre; pel quinto Tomo poi, cioè secondo del seguente trimestre
ho destinato l'altra ch' Ella gentilmente mi promette di argomento
analogo alla prima. Ella può mandarmela per tempo, mentre se ne deve
perdere una quantità nei tribunali, nei Copisti, e in mille altre
storie che non finiscono mai.
Io ho voluto darmi l'onore di ascriverla al numero ben grande dei
Letterati Italiani che favoriscono l'Associazione di questa Raccolta,
e il di Lei rispettabilissimo Nome sarà stampato in fine del terzo
Tomo che sta per uscire dai Torchi. Ella avrà la bontà di dirmi come
debba farle tenere i Volumi stampati. Il Sig. Malfatti le porge i suoi
rispetti, ed io più di lui, e di tutti pieno di riconoscenza, e di ossequiosissi:
ma stima mi dichiaro

Ferr.a 5. Gen.o 1760 Umil.mo Dev.mo Obbl.mo Servidore

di V. S. Ill.ma

Anto. Me[illegible]

[illegible]

[illegible]

Molto Rndo Pre. Sigre Sigre Prone Colmo

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo

Con somma mia obbligazione ho ricevuto dodici copie della sua dottissima Lettera, che mi ha fatto l'onore di indirizzarmi. Delle riflessioni contenute nella mia Lettera dei 10. Gbre ne faccia uso, quando la creda opportune per mettere maggiormente in vista il paralogismo del Galileo difeso dal Ch. Sig. Ab. Andres. Al Sig. Ab. Malvi ho spedita una Dissertazione, che tratta Del moto di discesa, e di ascendimento dei corpi solidi immersi nei mezzi fluidi, e glie n' ho promessa un' altra di argomento analogo Dei due generi di resistenze, che nascono dall' inerzia della materia, e ritardano il moto dei corpi solidi dentro dei mezzi fluidi. Se vaglio in servirla non mi risparmj, e mi creda a tutta prova

Di V. S. Illma

Treviso 7 Genn.o 1760

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Calandrelli. Roma

Umilmo ed Obblmo Servitore
Giordano Riccati

$$\frac{Sh.\varphi}{4} = \frac{\sqrt{ch.\varphi + sh.\varphi} - \sqrt{ch.\varphi - sh.\varphi}}{2v^{-\frac{3}{4}}} = \frac{\pm\sqrt{\pm 2v^{2} \pm \frac{1}{2} 2v^{3} ch\varphi \pm 2v^{4}}}{2}$$

67

Molto Rev.do P.re Sig.re Sig.re P.rone Col.mo

$$\frac{Sh.\varphi}{4} = \frac{\sqrt{ch.\varphi + sh.\varphi} - \sqrt{ch.\varphi - sh.\varphi}}{2v^{-\frac{3}{4}}} = \pm\sqrt{\frac{\pm w^2 \pm \sqrt{2v^3 ch\varphi \pm 2v^4}}{2}}$$

Molto Rev.do Sig.re Sig.re Pron.e Colmo

Ai lieti auguri, coi quali V. R. mi felicita colla occasione del nuovo anno, io corrispondo implorandole da Iddio Sig.re tutta la desiderabile prosperità. Il Sig. Prof. Tenaldo credeva, che la mia Opera sopra la Musica si dovesse stampare a Firenze, ma quantunque io mi sia servito del valido mezzo del Sig. Ab. Ximenes Matematico del Granduca, il trattato non si è potuto conchiudere. Spero per altro il Sig. Abate di trovare in Siena Stampatori più coraggiosi, che ne intraprendano l'edizione. Le Notizie di Monsignore Steffani sono state pubblicate nel Tomo XXXIII della Nuova Raccolta, a cui dopo il P. Ab. Calogerà presiede il P. Mandelli, la quale si troverà certamente in codesta Biblioteca. E' uscito in Padova il Libro I. della Scienza teorica, e pratica della moderna Musica del P. M. Vallotti, in cui senza mai nominarlo impugna in più luoghi il mio Saggio. Trovandomi in villeggiatura il passato autunno, mi sono divertito stendendo parecchie Annotazioni, che mettono in vista gli sbagli presi dal per altro celebre Autore, il quale nella pratica non ha superiore.

Le Composizioni Musiche del Sig. Benedetto Marcello sono moltissime, e sarà difficile averne un Indice esatto, avendo egli scritto continuamente. Desidero, che ai quattro Salmi, che ha nelle mani, si aggiungano ben presto gli altri due, onde Ella si rivolga a pensare

alla

$$\frac{Sh.\varphi}{4} = \frac{\sqrt[4]{ch.\varphi + sh.\varphi} - \sqrt[4]{ch.\varphi - sh.\varphi}}{2v^{-\frac{3}{4}}} = \frac{\pm\sqrt{\pm w^2 \pm \sqrt{2v^3 ch\varphi \pm 2v^4}}}{2}$$

alla stampa della continuazione dell'Opera Marcelliana
le tavole incise con degna forte osservanza più dei
caratteri mobili. Quelli che possedeva Antonio [illegible]
[illegible] Modesto Fenzo; ma credo che pre-
sentemente siano imperfetti. Lorenzo dalla Volpe in
Bologna ha le matrici di tali caratteri, i quali si pos-
sono provvedere da lui [illegible]
Il pregandola ad onorarmi de' suoi preziosi comandi
con pienissima e costante stima mi dichiaro

Di V. R.

Treviso 17. Gen. 1760

Molto Rev.do Sig. D. Giovenale Sacchi. Milano

Umil.mo ed Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

$$\operatorname{Sh}\frac{\varphi}{4} = \frac{\sqrt[4]{\operatorname{ch}\varphi + \operatorname{sh}\varphi} - \sqrt[4]{\operatorname{ch}\varphi - \operatorname{sh}\varphi}}{2v^{-\frac{3}{4}}} = \frac{\pm\sqrt{\pm v^2 \pm \sqrt{2v^3 \operatorname{ch}\varphi \pm 2v^4}}}{2}$$

Ill.mo Sig.re Sig.re Padron Col.mo

Ill.mo e Rev.mo Sig.r Sig.r Pron. Col.mo 9

Ho tardato a rispondere alla dottissima lettera di V. S. Ill.ma in data de' 24 dello scorso mese di Dicembre sì perchè ho sofferto un piccolo incomodo di salute, sì perchè ho voluto prima meditare agiatamente le sue dottrine, rendute a prima vista gravi della cura, nè si è reca non senza qualche disturbo, per dissipare alli miei in dubbi forse troppo importuni, onde le fo sapere, che le sue risposte hanno giovato mirabilmente a dissipare i miei dubbj.

L'una e l'altra formola $x = \sqrt[4]{\frac{b}{2}+\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^4}} \pm \sqrt[4]{\frac{b}{2}-\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^4}}$ risolve dalle due equazioni $x^4 \pm 4ax^2 \ldots = 0$ e ciò è vero anche che si voglia moltiplicare per $\sqrt{-1}$. Questa verità si accorda perfettamente colla teoria dell'Ill.mo Sig.re Conte Marchese Vincenzo, egli vuole, che se faccia x uguale a quella coppia di radicali, il prodotto de' quali riesce $= +a$, o $-a$ secondo che vale l'uno, o l'altro segno nel secondo termine. Il detto prodotto è sempre $\pm\sqrt[4]{a^4} = \pm a$, e però cavarsi si ha l'una e l'altra formola, qualunque delle due equazioni si voglia risolvere. Egli sceglie la radice di $\sqrt[4]{a^4}$ opportuna, e bisogna fa, che in un caso il detto prodotto $= +a$, nell'altro $= -a$.

Risoluta l'equazione $x^4 \pm 4ax^2 + 2a^2 - b = 0$ col metodo ordinario si ha $x = \pm\sqrt{\pm 2a \pm \sqrt{b+2a^2}}$ dunque $x = \sqrt[4]{\frac{b}{2}+\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^4}} \pm \sqrt[4]{\frac{b}{2}-\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^4}} = \pm\sqrt{\pm 2a \pm \sqrt{b+2a^2}}$. Operando alla stessa foggia sulle formole de' seni, e coseni si ottiene

$$Ch.\frac{\varphi}{4} = \frac{\sqrt[4]{ch.\varphi + sh.\varphi} + \sqrt[4]{ch.\varphi - sh.\varphi}}{2r^{-\frac{3}{4}}} = \pm\frac{\sqrt{\pm 2rr \pm \sqrt{2r^3 ch.\varphi + 2r^4}}}{2}$$

$$Sh.\frac{\varphi}{4} = \frac{\sqrt[4]{ch.\varphi + sh.\varphi} - \sqrt[4]{ch.\varphi - sh.\varphi}}{2r^{-\frac{3}{4}}} = \pm\frac{\sqrt{\pm 2r^2 \pm \sqrt{2r^3 ch\varphi + 2r^4}}}{2}$$

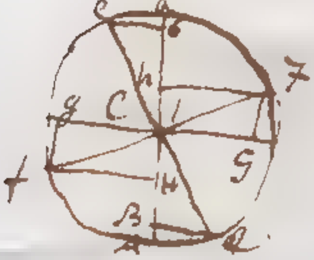
$$Sc.\frac{\varphi}{4}=\frac{\sqrt[4]{Cc.\varphi+Sc.\varphi}+\sqrt[4]{Cc.\varphi-Sc.\varphi}}{2r^{\frac{3}{4}}}=\pm\sqrt{\frac{\pm 2r^2\pm\sqrt{2r^3Cc.\varphi+2r^4}}{2}}.$$

$$\sqrt{-1}\,Sc.\frac{\varphi}{4}=\frac{\sqrt[4]{Cc.\varphi+\sqrt{-1}Sc.\varphi}-\sqrt[4]{Cc.\varphi-\sqrt{-1}Sc.\varphi}}{2r^{\frac{3}{4}}}=\pm\sqrt{\frac{\mp 2r^2\pm\sqrt{2r^3Cc.\varphi+2r^4}}{2}},$$

ovvero $Sc.\frac{\varphi}{4}=\pm\sqrt{\pm 2r^2\pm\sqrt{2r^3Cc.\varphi+2r^4}}$.

Nell'ipotesi di $\frac{b^2}{4}>a^4$ io vedo tosto, ch'io non posso paragonare la formola $\frac{x}{2}=\sqrt[4]{\frac{b}{2}+\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^4}}\pm\sqrt[4]{\frac{b}{2}-\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^4}}=\pm\sqrt{\pm 2a^2\pm\sqrt{b+2a^2}}$ colla formola de' seni, e [illegible] circolari, perchè essendo $\sqrt{a}=r$, e $\frac{b}{2r^3}=Cc.\varphi$, dovrebbe $Cc.\varphi>r$, il che è assurdo. Resta dunque che io la paragoni con alcuna delle formole tendenti a i seni, e coseni iperbolici. Ella ha dimostrato, che ~~le radici~~ i valori reali di $Sh.\frac{\varphi}{4}$ non sono, che due $=\pm\sqrt{-2r^2+\sqrt{2r^3Ch.\varphi+2r^4}}$, e i valori di $Ch.\frac{\varphi}{4}=\pm\sqrt{2r^2+\sqrt{2r^3Cc.\varphi+2r^4}}$. Dunque se il secondo termine dell'equazione $x^4\pm 4ax^2\,[illegible]=0$ avrà il segno $+$ debbo costruirla col mezzo de' [illegible], se avrà il segno $-$, col mezzo de' coseni iperbolici.

Nell'ipotesi di $\frac{bb}{4}<a^4$ debbo paragonarla colle formole de' seni, e coseni circolari. Se l'equazione $x^4\pm 4ax^2\,[illegible]$ ha il secondo termine col segno $+$ i seni, e coseni sono immaginarj. Dunque tutte le quattro le radici dell'equazione sono immaginarie. Se ha il segno $-$, tutte quattro le radici sono reali, e si potranno costruire per mezzo non de' seni, ma de' coseni, avendo ~~[illegible]~~ i coseni quattro valori eguali a i quattro valori del coseno. Infatti i quattro valori del seno di $\frac{\varphi}{4}$ sono Bl, Be, [illegible]



[illegible] due positivi, e due negativi, e i quattro valori del coseno CB, CG, CH, Ch due positivi, e due negativi. L'egualità è evidente, purchè si prenda $\frac{\varphi}{4}$, $\frac{c+\varphi}{4}$, $\frac{2c+\varphi}{4}$, $\frac{3c+\varphi}{4}$

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo

nostro contiene maravigliosamente dell'ingegnosa sua costruzione. Credo, che quanto in detto si possa applicare all'equazione generale $x^p \pm pax^{p-2}-b=0$ posto p numero pari. Parmi che in conseguenza ne discenda, che dunque l'equazione $x^p+pax^{p-2}-b=0$ non si possa costruire in veruna maniera, ancorchè sia sia vera la formola $x\sqrt{-1} = \sqrt[p]{\frac{b}{2}+\sqrt{-1}\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^p}} - \sqrt[p]{\frac{b}{2}-\sqrt{-1}\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^p}}$, perchè posta ci darà all'eq. $x^p \pm pax^{p-2}-b=0$. Pare, che quest'avvertenza sia sfuggita alla sottigliezza per piccolissima dell'incomparabile autore.

Supplico V. S. Illma a perdonarmi la negligenza, con cui ho scritta questa lettera. La strettezza del tempo non mi ha permesso d'usarne una maggiore.

Resto sempre ...

Di V. S. Illma

Modena 12 Gennajo 1780

Umilmo e Devmo Servitore
Giuseppe Contarelli

MODENA

All'Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron Col.mo

il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Mi serve di molto conforto, che la mia Dissertazione sia stata compatita, ed approvata da V.S. Illma e dall' Ornatmo Sig. Malfatti. Ha egli appresa le Matematiche dall' Ab. Vincenzo mio Fratello, e questi, ed io dal Co. Jacopo nostro Padre; laonde essendo della medesima scuola, riesce più facile, che le idee del Sig. Gianfrancesco convengano colle mie. I Volumi stampati mi può graziare di inviarmeli o per qualche Persona, che passi da Ferrara a Venezia, la quale abbia la cura di mettere l' involto alla Posta di Treviso, o pure coll' occasione, che qualcuno di cotesti Stampatori, o Librai spedisca qualche balla a Venezia, includendo nella balla l' involto, e dando ordine al Corrispondente di spedirmelo a Treviso.

Poiché desidera, che le mandi per tempo la promessa Dissertazione, l' unisco alla presente, e bramo che incontri la stessa sorte della prima. Le raccomando i miei complimenti al Sig. Malfatti ed esibendomi ai suoi preziosi comandi mi glorio di essere

Di V.S. Illma

Treviso 14 Genno 1766

Divotmo Obbltmo Servitore
Giordano Riccati

Illmo Sig. Ab. Antonio
Maloni. Ferrara

petto mi sottoscrivo

Di V.S. Illma

Treviso 21. Gennajo 1760

Divotmo ed Obbltmo Servo
Giordano Riccati

Illmo Sig. Ab. Leonardo
Ximenes. Siena.

14

12

patto mi sottoscrivo

Di V. S. Illma

Treviso 21. Gennajo 1760

Illmo Sig. Ab. Leonardo Ximenes. Siena.

Divot.mo ed Obbl.mo Servo
Giordano Riccati

12

Risp. Conc. Prend. Minu.

Bologna 25 Genn.° 1780 17

Ricevo colla pregiatiss.ma sua delle 19 d.° gennaro [illegible]

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo 15

La dimanda, che fanno i Sig.ri Fratelli Bindi, ch'io prenda 100. esemplari per il prezzo corrente, dei quali me ne donino 25., onde a me resti l'obbligo di pagarne 75., non è talmente lontana dalla mia esibizione di esitare 50. copie, che dalla destrezza di V.S. Ill.ma non si possano insieme conciliare, partendo esempigrazia la differenza per metà. Io credo, che il far uso dei caratteri mobili, dei quali ne vende in Bologna il Sig. Pe=tronio dalla Volpe, costerà molto meno che il far incidere in rame gli esempj musicali. Le ho già scritto, che l'Esemplare in due Tomi in foglio del P. M. Martini, ch'è tutto pieno di note, non vale salvo che lire 16. al Tomo. Dalla benigna premura, che V.S. Ill.ma ha di favorirmi, io mi prometto un felice esito del trattato, ed intanto significandole le somme mie obbligazioni, pieno di stima, e di rispetto mi sottoscrivo

Di V.S. Ill.ma

Treviso 21. Gennajo 1760

Ill.mo Sig. Ab. Leonardo Ximenes. Siena.

Divot.mo ed Obbl.mo Servo
Giordano Riccati

12

16

Sig.r Conte Brandolini   Bologna 25 Genn.o 1780   17

Ricevo colla pregiatiss.ma sua delle 19 d.o giunsami jeri sera [illegible] ... [illegible]

de

[illegible]

io

verrà

[illegible]

gero

risposta

[illegible]

Antonio [illegible]

12

Sig. Conte Brandolino Bologna 25 Genn.o 1780 17

Ricevo colla pregiatiss.ma sua delle 14 d.o gennaio corrente senza cagione de' sempre caratini, anche l'involto coi cinque pezzi lavorati, il conto di quali però non mi giudica se non dopo la spedizione degli altri cinque. Io debbo anche per questa parte di avere anticipata la spedizione di questi primi cinque pezzi restarle obbligato, come se di questo se di tutto altro mi protesto di restarle obbligatissimo: Quando dunque mi verranno gli altri, che saranno accompagnati dal conto della spesa di tutti, io non tarderò a soddisfare al mio dovere, e farò pagare il denaro a chi mi indicherà il S.r Tiraboschi in Venezia secondo si è fatto le altre volte. Intanto resta approvata la sua partita delle paoli 70, che spesi per la copia delle Inscrizioni Analitiche, che le mandai, che le servia. Da quello che mi disse in rapporto al cambio, che avrebbe desiderato di fare delle sue lettere mecaniche con altre opere, ne parlai subito al S. Abb.e Radevilla, che è più che non son io pratico di queste cose che mi asicurò che si sarebbe adoperato per servirla, ma fin'ora n. ho avuto alcun riscontro; subito però che l'abbia n. tarderò a scriverle quanto occorrerà. Pieno di obbligazioni, e di desiderio di poterle servire anch'io vale in qualche cosa sono veracemente Suo

Div.mo ed Obbl.mo Servo
Giac. Mingozzi Ruscelli

Dell'Ecc.za Vostra

Siena 11 Febbr.o 1780

Umilmo: Divmo: Servi:
Giuseppe Pazzini, e
Antonio Meloni

[illegible]

[illegible]

Dell'Ecc.za Vostra

Siena 11 Febbr.o 1780

Umilmo. Dmo. Servre.

Giuseppe Pazzini Carli

Antonio [illegible]

Al nobil uomo
Il Sig.r Co.te Giordano Riccati
Venezia
Trevigi
CB

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo   21

Eccellenza   19

Presentasi a me una favorevole occasione di umi:
liare all' E. V. la mia sincera servitù e nel tempo
stesso le do avviso come per mezzo del Sig.re Petro:
nio Callegari di Bologna le ho spedito un involto
contenente coppie dodici Prodromo della nuova
ciclopedia Italiana che d'ordine dell' Ill.mo Sig.re
Francesco de Malfatti io le rimetto quali sar
a procurare a Lo eve con darmi rincontro
di quiete di detta ricevuta a suo tempo e
avviso a detto Signore.

Mentre pieno del più profondo rispetto desi:
deroso di suoi grati comandi passo a dichia:
rarmi.

Dell' Ecc.za Vostra

Siena 11 Febr.o 1780

Um.mo Dev.mo Serv.re
Giuseppe Pazzini arti:
Antonio Melani

12

20

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo

io

vera

ch:

mi

pre

ne

ti,

re

gero

risposta

tto

ne

Antonio Melani

8 Fogli Stampati

A Sua Eccellenza

Il Sig. Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo

ricevetti benissimo le di Lei Grazie, e feci il mio dovere per
[...]erva. Questa la diressi per V. S. Ill.ma al Sig.r Sebastiano Coleti
[...] Venezia unitamente ad un Involto cogli stampati Tomi degli
[...]uscoli che arriva in questo stesso Ordinario di averlo a Lei spedito
[...]nco di Porto, come gli ordinai, avendo sempre Egli dei miei denari
[...]lle mani.
[...] della mia Raccolta è già uscito da molto tempo: ma
[...]reco [...] Castracane [...] che si ritrova
[...] io fatto distribuire, perchè [...] Castracane [...]
[...]ano, ed a cui è dedicato, non mi ha ancora risposto di averlo ricevuto.
[...] però di poterlo [...] quanto prima.
[...] quarto Tomo che deve uscire in fine di Marzo è già stampato per
[...]tà, e il primo Opuscolo in fronte di esso è la di Lei Dissertazione
[...]nne al Moto di Discesa e ascendimento dei Corpi Solidi etc: La seconda
[...]ertazione speditami, analoga a quella, sarà stampata nel quinto
[...]mo. Spero ch' Ella resterà contenta di me, ne mi crederà indegno di
[...]re in appresso godere delle sue Grazie ulteriori per la Raccolta.
[...]le avanzo intanto i miei più vivi ringraziamenti per tanta Bontà,
[...] continui V. S. Ill.ma l'onore della sua Grazia, mi dia qualche de suoi
[...]mandi e mi creda col più sensibile attaccamento e rispetto

Di V. S. Ill.ma

Ferrara 23 Feb.o 1760

Dev.o Obb.o Ob.e Servidore
Antonio Meloni

[...] Giordano Riccati [Treviso]

Emo [...] mo [...] mo Servitore
Sebastiano Coleti
Antonio Meloni

22

12

Dev.mo Obl.mo Servitore

Sebastiano Coleti devo

Antonio Meleni

All'Ill:mo Sig:r Sig:r Pron Colmo
Il Sig:r Conte Giordano Riccati
franca Venezia + Treviso

Sig.r Con: Pron: Stimo

Nob.e Sig.e Ill.e Stimo

Scrissi al Sig. Abate Meloni, che i due tomi degli Opuscoli avrei cercato di mandarli a V.S. Ill.ma o col mezzo di persona sicura, o per la posta francandoli. Essendomi mancata la prima strada, i tempi avversi mi trattennero dall'eseguire la seconda. Oggi però glieli ho spediti per la posta in un involto sig.to di sei riverito nome, e franchi di porto. Ella avrà la bontà di riceverli, e renderne inteso il sud.o Sig. Abate Meloni; mentre con pienezza di stima e di ossequio passo a protestarmi

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 18 Febb.o 1780

Dev.mo Obbl.mo Servitore
Sebastiano Coleti

Antonio Meloni

12

2 4.

Sig.re Con: Pron: Sr.mo

25

on
e=
e= io
i vera
a eh:
ta
r= mi
n pre
ler
er ai:
no re
la=
ta li,
io ie
e gero
ul risposta
s
i o,
a=
ilu, tto

Devo

Antonio Meleri

12

[illegible]

Al Nob.le Sig. Sig. Pad.ne Col.mo
il Sig. Giovanni Conte Riccati
in un incontro per lo suo nome —
[illegible]

Sig.re Con: Pron: Stimo

La stimatiss:ma sua lettera, che mi portava il conto del Farabosi[illegible] non mi fù resa in tempo da poterle rispondere, e per questo non potei nemeno spedire la cambiale al Sig.re Locatelli in Venezia. In questo ordinario, che ricevo altra sua in data dei tre non trovandomi troppo bene di salute mi vaglio d'altra mano, e dell'opera altrui, e per adempire a quanto doveva nel passato ordinario, e a quanto mi incarica in questa sua ultima. Per quello che riguarda alla prima spedisco in questo ordinario al Sig.re Rocco Locatelli in Venezia in Calle della Raspa Cambiale di o. 304 e n sopra al Sig.re Gioan Batista Pamossi, sicche per questa parte non ho altro che ringraziarla, come fò distintamente per gli incommodi presesi in favorirmi così bene sentendo, che i corami sono di perfetta qualità. Rispetto al altra ho mandato dal Sig.re Petromola legari per fare la nota ricerca, ed egli ha risposto, che fin ora non ha alcun riscontro di ciò, ma avendolo subitto me ne renderà inteso, ed io allora non tarderò di trasmetterle i libri indicatemi con premura, che di costà gli vengano spediti in Treviso. Ho ancle da dirle, che non ancoro ho parlato col Sig.re Ab.e Piedivilla per il suo interesse, e mi lasciò con qualche lusinga di poterci riuscire. Ringrazio il Sig.re Bachetti de' saluti mandatemi per suo mezzo, ed ha ben ragione d'essere contento d'essere più tosto costì, che in Bologna nei tempi presenti. Finisco [illegible]

[illegible] con pienezza [illegible]

V. S. Ill.ma

Ferrara 14. Marzo 1760

Um.o Dev.o Obl.o Servidore
Antonio Meloni

26

12

con rinovarle i miei più vivi ringraziamenti, e la mia osseq[uio]sa

stima, coi quali sentimenti sono costantemente

Di V[ostra] S[ignoria] Ill[ustrissi]ma e R[everendissi]ma

Bologna 7 Maggio 80

Div[otissi]mo ed Oss[equiosissi]mo Ser[vitor]e

Giac[om]o Mariscotti ...

...ndomi con perfetto...
di V. S. Ill.ma

Ferrara 14. Marzo 1760

Dev.mo Obb.mo Servidore
Antonio Meloni

4

Al Nobil Uomo
Il Sig.re Giordano Riccati

Venezia

Treviso

Illmo Sig. Sig. Prõ: Colmo 24

Illmo: Sig.r Sig.r Prõ Colmo 27

l Sig.r Colesi riceverà il terzo Tomo della mia Raccolta con un mio
Manifesto. Il quarto lo avrà nel principio di Aprile, in cui troverà
in primo luogo la di Lei nobile Dissertazione del moto di discesa ec:
f talvolta entrerà nel quinto Tomo.
lla mi farà sempre una vera, e somma Grazia nel somministrarmi
spesso delle sue bellissime e dotte Produzioni, ch'io anteporrò sempre
a qualunque altro impegno.
Mi farà poi somma finezza di dirmi schiettamente il di Lei sentimento
intorno al Proggetto, o sia idea che propongo nella Prefazione
intorno alle Novelle Morali, e Poesia.
Le Riflessioni ch' Ella mi fà intorno la Dissertazione del Sig.r Andres,
ho già vedute più diffusamente in una di Lei Lettera scritta all' Abe.
Calandrelli di Roma, e da Roma spedita a me, che ho anche fatta leggere
al nostro amabilissimo Sig.r Malfatti. Io avevo tradotta in Italiano la risposta
dell' Ab. Calandrelli per inserirla nella Raccolta: ne scrissi all' Ab.e Andres
per averne la permissione: ma..... Io non voglio poi disgustare nissuno,
molto meno i miei amici: Già dagl' intendenti si è giudicata la Causa.
V. S. Illma mi continui la Grazia sua, mi comandi, mi creda a tutto
pruove con pienissima stima

Ferrara 14. Marzo 1760

di V. S. Illma:

Umo. Devo. Obbo. Servidore
Antonio Meloni

[illegible]

Illmo Sigr Sig. Prõn: Colmo

All'Ill.mo Sig.r Sig.r P.ron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia franca per Venezia
Treviso

Spero ch'ella avrà ricevuto il tomo terzo degli Anecdoti Ferraresi, che sino da jeri per il canale di un mio amico feci pervenire a V.S. Ill.ma. Dal qui inserto manifesto Ella rileverà, che la stampa di quest'opera è passata in mie mani. Ho cominciato già la impressione del quarto tomo, di cui occupa il primo luogo la Dissertazione di V.S. Ill.ma, la quale probabilmente sarà compito entro la presente settimana. Nel tempo stesso che mi do l'onore di farle ciò noto, mi pregio altresì di dedicargli la mia servitù, e col più profondo ossequio protestarmi

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 21 Marzo 1780

Um.o Dev.mo Obb.mo Servitore

Sebastiano Coleti

an [illegible] orno, [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], con tale
[illegible] fregi, e colla *Dat* [illegible] *Ferra*[illegible], o, non potendosi [illegible] ottenere, con tale

, se
nella
nandi
ne
la
Dio
speciata
no,
pani
, che
la
ve
ende
i
se
a
. x,
, $y = 6$
per
no
dy
dendo
passando

Al Nobile Sig.r Sig.r Pad.ne Stimat.mo
il Sig.r Co: Giordano Riccati
Trevisio

AI SIGNORI ASSOCCIATI

ALLA RACCOLTA FERRARESE

Di Opuſcoli Scientifici e Letterarj

L'Abbate Antonio Meloni.

La Raccolta degli accennati Opuſcoli da principio intrapreſa per un mero accidente, è ora divenuta per me un oggetto ben ſerio, da cui non leverò il penſiere giammai. Quantunque i due primi Tomi non ſieno ſtati che una ſemplice tentata pruova per incontrare il genio di ogni claſſe di perſone, ſenza però felicità di ſucceſſo: tuttavia l' accreſcimento notabile dei Sig. Aſſocciati, la ſomma premura di più ragguardevoli, e dotti Cavalieri, il favore, e l' impegno di quaſi tutti i Letterati d' Italia, e gli onorevoli non proccurati elogj dei Giornali, ſono ſtati per me tanti ſtimoli per non tralaſciare ſtudj, fatiche, diligenze, e penſieri, onde moſtrare la mia riconoſcenza, e conſecrare i miei giorni all' onore della Letteratura Italiana, ed ai doveri dell' Uomo, e del Cittadino.

Colla impreſſione del terzo Tomo, ultimo dell' anno, (perchè ſi diede principio alla Raccolta in Aprile) ho già incominciato a pubblicare produzioni utili, belle, e intereſſanti pei Dotti, ſenza verun riguardo a quelli che non ſon tali, quando non ſe ne voglia *un ſolo* eccettuare, di cui ne ho detto il ragionevol motivo nella Prefazione dello ſteſſo terzo Volume. Vedrà ciaſcuno, che ſaranno maggiormente più intereſſanti, e più belli gli altri Tomi che verranno in appreſſo, perchè tutto in una ſola volta non ſi può fare giammai.

Perchè poi mi premeva aſſaiſſimo, che i Signori Aſſocciati foſſero, e meglio, e prontamente ſerviti; che queſta intrapreſa foſſe ſeriamente aſſicurata, ed aveſſe una durevole vita; mi ſono rivolto al Sig. *Sebaſtiano Coleti* di Venezia, uno dei più onorati Mercanti, e dei più diſcreti, e ragionevoli Stampatori. Le multiplici quotidiane faccende della Stamperia del Sig. Giuſeppe Rinaldi, che non gli permettono di prendere uno ſtabile fiſſato impegno; la mancanza dei caratteri di Algebra per gli Opuſcoli Matematici, che ho nelle mani; il tempo che mi manca, e la materiale pazienza che non ho mai avuto, nè poſſo avere per le correzioni della ſtampa cotanto intereſſanti, e neceſſarie; ſono ſtati i motivi che mi hanno indotto a cercare altrove un impreſſore.

Il Sig. *Coleti* è provveduto di tutti gli opportuni caratteri, di ottimi Correttori, noti per le lor produzioni alla Repubblica Letteraria, e per le tante opere da eſſi diligentemente corrette che ſono uſcite dai di lui torchi. Egli ſtamperà ſempre da qui innanzi la ſuddetta Raccolta incominciando dal quarto Tomo, che è il primo dell' anno corrente, e uſcirà ſu la fine del meſe di Marzo. Si ſono già firmate le riſpettive Scritture, e colla di lui a me fatta ſi obbliga egli di ſtamparne a ſue ſpeſe ogni tre meſi un Volume compoſto di 30. fogli all' incirca, collo ſteſſo carattere, in buona carta, nella ſteſſa forma, coi medeſimi fregi, e colla *Data di Ferrara*, o, non potendoſi ciò ottenere, con tale

ap-

aggiunta nel frontespizio, che comparisca sempre la Raccolta Ferrarese, e ciò per non alterare nè punto, nè poco la incominciata edizione. Tutti i Signori Associati perciò, e tutti quelli che si associeranno in appresso, alla consegna del quarto Tomo, e di tutti gli altri saranno debitori del prezzo al medesimo Sig. *Coleti*, il qual prezzo non si altera punto, ma resta lo stesso di due Paoli Romani per ogni Volume sciolto. Non si altera nulla parimenti di ciò che si è praticato in addietro. Ognuno avrà il suo Tomo franco di porto; e quelli che o pel vantaggio recato alla suddetta Raccolta, o per aver trovato dieci Associati, o per altra ragione avevano le copie *gratis*, le avranno pure in seguito, e le avrà chiunque ne troverà dieci per l' avvenire.

Toltine i Signori Associati dello Stato Veneto, i quali spediranno sempre il prezzo del loro Volume al Sig. *Coleti* surriferito (ed anche il prezzo del terzo Tomo stampato per conto mio), tutti gli altri dirigeranno a me il pagamento, o nella maniera come per lo passato, che sarà poscia spedito con opportuna cambiale a Venezia. Per comodo però di alcuni si dà il seguente ricapito.

I Signori Associati di Roma pagheranno nelle mani del Signor GREGORIO SETTARI Libraro al Corso, da cui riceveranno i loro Volumi. Nella stessa maniera

Quelli di Bologna alla STAMPERIA DI S. TOMMASO D' ACQUINO.
di Imola al Signor PIETRO VEROLI.
di Modona alla STAMPERIA DELLA SOCIETA' TIPOGRAFICA.
di Mantova all' EREDE DEL SIGNOR ALBERTO PAZZONI.
di Ravenna al Signor COLLINA STAMPATORE.
di Ferrara all' Uomo che lo recherà loro in proprie mani.

Quantunque tutte le copie avanzate dall' Associazione dei tre Tomi già usciti sieno passate alle mani del Signor *Coleti*, e spettino a lui, tuttavia chiunque vorra associarsi, s' indirizzi o a me, o a lui, come gli riuscirà più comodo, e per essere ascritto, e per avere la serie degli stampati Volumi, o qualche foglio mancante com' è accaduto, che ad un semplice avviso sarà loro trasmesso ogni cosa senza spesa veruna.

Posso finalmente assicurare i Signori Associati di essere provveduto di copiosi, rari, e bellissimi materiali, dei quali ne darei quivi un esatto catalogo se non fossi consigliato diversamente. Non cesserò per questo di pregare i Signori Letterati a continuarmi sempre le loro grazie, acciocchè dalle multiplici produzioni possa far quella scelta che produca in ogni Tomo quella varietà di Letteratura e di Scienze che tanto piace, ed alletta, la quale se forse non apparisce sempre nei passati Volumi, non è provenuto da un difetto di buon gusto, di discernimento, di critica, ma da quello di materiali in alcune classi di Scienze.

Ferrara li 10. Gennaro 1780.

Ill.mo Sig.r Sig.r Padrone Col.mo

Che risposta dovrò io dare alla compitissima lettera di V.S. Ill.ma? Non altro, se non che la indolenza, e direi ancora di più, del Sig. Parrini ci tiene tutti nella medesima nave. Io ho scritto più volte a costui, e ho strepitato, perche ci mandi la Balla de' Prodromi. Egli ora accusando le nevi, ora la infingardaggine degli Spedizionieri di Firenze, mi è andato sempre tenendo a bada, e la conclusione è questa, che ancora li aspetto. Pazienteremo dunque finche Dio vorrà, ed io m'accorgerò, sebben tardi, che il povero Zorzi s'era male impacciato. Ella mi permetta, che io esca d'un tale argomento, perche mi contamino, e m'imbilisco ogni volta che io ci penso, e piuttosto soffra, che io le parli di alcune cose matematiche, e la supplichi de' suoi lumi.

A lei certamente è noto il metodo delle variazioni, e le belle memorie, che ha scritto su tal proposito il Sig.r de la Grange. Tra le altre ve n'ha una, siccome sa, inserita nel 4.o Tomo dell'Accademia di Turino, dove dopo aver l'Autore data una maggior estensione al suo metodo, imprende di sciogliere il Problema generalissimo della brachistocrona, che così enunzia: Date di posizione e di specie due curve qualunque posto nello stesso piano, cercar la brachistocrona da curva a curva. Seguitando sull'orme del Sig. la Grange in un asse orizontale prendo le ascisse x, cui corrispondono verticalmente le ordinate y, e suppongo, che quando $x=a$, $y=b$ cominci la brachistocrona, e termini, quando $x=l$, $y=m$. Supponendo poi per maggior semplicità, che il moto cominci dalla quiete, a un qualunque punto della curva, a cui si ponga arrivato il grave, ove abbia acquistato velocità u, sarà il tempo impiegato a scorrer l'arco $\int\frac{ds}{u}$, essendo $ds=\sqrt{dx^2+dy^2}$. Faccio ora $\varphi=\int\frac{ds}{u}$, onde differenziando abbiam $d\varphi=\frac{ds}{u}$, e prendendo le variazioni $\delta d\varphi=\frac{u\,\delta ds-ds\,\delta u}{u^2}$, ovvero poichè $u=\sqrt{2(y-b)}$, cioè passando alle variazioni $\delta u=\frac{\delta y-\delta b}{u}$, sarà $\delta d\varphi=\frac{\delta ds}{u}-\frac{ds\,\delta y}{u^3}+\frac{ds\,\delta b}{u^3}$. Ma $\delta ds=\frac{dx\,\delta dx+dy\,\delta dy}{ds}$. Dunque $\delta d\varphi=\frac{dx\,\delta dx}{u\,ds}+\frac{dy\,\delta dy}{u\,ds}-\frac{ds\,\delta y}{u^3}+\frac{ds\,\delta b}{u^3}$ e quindi integrando $\delta\varphi+C=\int\frac{dx\,\delta dx}{u\,ds}+\int\frac{dy\,\delta dy}{u\,ds}-\int\frac{ds\,\delta y}{u^3}+\int\frac{ds\,\delta b}{u^3}$ (C è una costante che determineremo in progresso). Ma $\int\frac{dx\,\delta dx}{u\,ds}=\frac{dx\,\delta x}{u\,ds}-\int D.\frac{dx}{u\,ds}\times\delta x$, e parimenti $\int\frac{dy\,\delta dy}{u\,ds}=\frac{dy\,\delta y}{u\,ds}-\int D.\frac{dy}{u\,ds}.\delta y$. Dunque colla sostituzione avremo $\delta\varphi+C=\int -D.\frac{dx}{u\,ds}.\delta x+\int\left(-D.\frac{dy}{u\,ds}-\frac{ds}{u^3}\right)\times\delta y+\frac{dx\,\delta x}{u\,ds}+\frac{dy\,\delta y}{u\,ds}$

$$+\delta b\int\frac{ds}{u^3}.$$

Io ho cavato fuori dal segno sommatorio $\int \frac{ds \cdot \delta b}{u^3}$ il δb, perchè sebbene b sia incognita, non avendovi in tutto il tratto di brachistocrona altra variazio di b fuorchè l'unica ove $x=a$, $y=b$, può benissimo collocarsi fuori del segno d'integrazione. Andiamo avanti. Perchè pel tratto intero della brachistocrona il tempo sia minimo, è necessario, che la variazione di $\int \frac{ds}{u}$ sia zero. Onde sarà l'equazione $\int -D \cdot \frac{dx}{uds} \cdot \delta x + \int \overline{-D \cdot \frac{dy}{uds} - \frac{ds}{u^3}} \times \delta y$ $+ \frac{dx \delta x}{uds} + \frac{dy \delta y}{uds} + \delta b \int \frac{ds}{u^3} = C$. Per determinare la costante C gioverà fare la seguente riflessione. Quando la curva comincia, le tre sommatorie dell' equazione son nulle; e allora essendo $x=a$, $y=b$, $u=\sqrt{2(b-b)}$, e qui $\delta x = \delta a$; $\delta y = \delta b$, se chiameremo quel che diventa $\frac{dx}{uds}$ al principio della curva M, ed N quel che diventa $\frac{dy}{uds}$, avremo $M\delta a + N\delta b = C$, onde

$$\int -D \cdot \frac{dx}{uds} \cdot \delta x + \int \overline{-D \cdot \frac{dy}{uds} - \frac{ds}{u^3}} \times \delta y + \frac{dx \delta x}{uds} + \frac{dy \delta y}{uds} - M\delta a - N\delta b + \delta b \int \frac{ds}{u^3} =$$

Essendo in questa equazione gli ultimi cinque termini quantità determi perchè riguardano unicamente o il principio o il fine della curva, è chiaro, che la natura della brachistocrona debb'essere determinata d termini che sono sotto le sommatorie. Chiaro è ancora, che le variazio δx, δy sono indipendenti, e quindi io posso fare $-D \cdot \frac{dx}{uds} = 0$, ov $-D \cdot \frac{dy}{uds} - \frac{ds}{u^3} = 0$. Dall'equazione $-D \cdot \frac{dx}{uds} = 0$ ricavo integrando $f = -\frac{dx}{uds}$ ove f è una costante, e quest'ultima equazione mi porta all'altra $dx = \frac{dy\sqrt{y-b}}{\sqrt{\frac{1}{2f^2} - (y-b)}}$, che è un'equazione alla cicloide generata dal circolo di raggio $\frac{1}{2f^2}$. La stessa identica equazione avrei dedotto dall'altra differ $-D \cdot \frac{dy}{uds} - \frac{ds}{u^3} = 0$; onde l'annullamento della prima sommatoria porta neces amente all'annullamento dell'altra. Se voglio poi passare all'integrale q zione della nostra cicloide, ricavo $x = a - \sqrt{\frac{1}{2f^2} \cdot \overline{y-b} - (y-b)^2}$ + Arco di cerch di raggio $\frac{1}{4f^2}$, e di seno verso $y-b$, quando aggiungo la debita costante Resta ora l'altra equazione differenziale $\frac{dx \delta x}{uds} + \frac{dy \delta y}{uds} - M\delta a - N\delta b + \delta b \int \frac{ds}{u^3}$ in cui perchè il tempo minimo dee verificarsi per un tratto di brachistocro che dee riuscir determinato, i due primi termini $\frac{dx \delta x}{uds} + \frac{dy \delta y}{uds}$ apparterran

dove $x=l$, $y=m$, e perciò $\delta x=\delta l$, $\delta y=\delta m$

l'ultimo punto della curva, ma la $\int \frac{\delta s}{u^3}$ si estenderà a tutto il tratto di curva dal principio sino al fine. Dalla equazione alla cicloide ricavo $\int \frac{\delta s}{u^3} = \frac{\sqrt{1-2f^2(b-b)}}{\sqrt{2(b-b)}} - \frac{\sqrt{1-2f^2(y-b)}}{\sqrt{2(y-b)}}$, perchè deve esser zero la sud.a sommatoria quando $y=b$; inoltre $\frac{dy}{uds}$ quando principia la curva, $\frac{dy}{uds} = \frac{\sqrt{1-2f^2(b-b)}}{\sqrt{2(b-b)}} = N$, $\frac{dy}{uds} = \frac{\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}}$, quando termina. Quanto poi al $\frac{dx}{uds}$, egli è sempre f e al principio e al fine della curva. Sostituiti pertanto questi valori, risulterà $f\delta l + \frac{\delta m\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} - f\delta a - \frac{\delta b\sqrt{1-2f^2(b-b)}}{\sqrt{2(b-b)}} + \frac{\delta b\sqrt{1-2f^2(b-b)}}{\sqrt{2(b-b)}} - \frac{\delta b\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$, ovvero $f\delta l - f\delta a + \delta m - \delta b \times \frac{\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$.

Fin qui io vado d'accordo col sig. La Grange. Ma egli va più oltre. Supponendo, che le due curve date siano tra loro indipendenti, derivando dalla indipendenza loro quella delle loro coordinate a, b nel principio della brachistocrona dalle coordinate l, m al fine della brachistocrona, si prende la libertà di dividere l'ultima equazione in due, e fa $f\delta l + \frac{\delta m\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$, $f\delta a + \frac{\delta b\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$; poi cambiando le variazioni δl, δm, δa, δb ne' differenziali dl, dm, da, db trova $\frac{da}{db} = \frac{dl}{dm}$, onde deduce, che la tangente condotta alla prima curva data pel punto ove comincia la brachistocrona dev'esser parallela alla tangente condotta alla seconda curva data pel punto dove la brachistocrona finisce. Se veramente l, m, a, b fossero tra loro independenti, l'Autore avrebbe ragione. Ma lo son poi nel Problema enunziato? Per dichiarar meglio la cosa discendiamo a un esempio. Nell'acclusa figura sia AV l'asse comune di due parabole Apolloniane che hanno i vertici principali in A, V, e sia nota la distanza AV che chiamo c. Chiamo inoltre $AB=a$, $BD=b$; $AE=l$, $EZ=m$: le coordinate poi alla brachistocrona DNZ siano $AM=x$, $MN=y$. Finalmente l'equazione alla prima parabola AD; $pb=a^2$, e l'equazione alla seconda parabola VZ; $pm=c-l^2$. A buon conto pare che quattro dovessero essere le soluzioni del Problema e non una sola, perchè la caduta potrebbe considerarsi dal ramo convesso AD al ramo convesso VZ; dal convesso AD al concavo VZ; dal concavo AC al convesso VZ e finalmente dal concavo AC al concavo VZ.

e vogliasi il primo caso, mi pare evidente, che tagliandosi le parabole necessariam
in qualche punto g, la prestissima discesa da curva a curva sia quando il grave
è posto in g al principio del moto. In tutti i casi poi mi par certo che la brachisto
crona resti determinata ne' suoi parametri dall'unica distanza $AV = c$, di cui
debbano esser funzioni le coordinate AB, BD, AE, EF, cioè a, b, l, m
cate come conviene, e in conseguenza, che non siano tra loro independen
nè lo siano le lor variazioni δa, δl, δb, δm, le quali il Sig.r la Gran
determina colle equazioni differenziali alle parabole $p\delta b = 2a\delta a$, $P\delta m = -2\delta l$
dopo aver cangiato ne' differenziali le variazioni. Io crederei dunque, se non
trattenesse l'autorità d'un tant'uomo, che egli si fosse preso troppo arbitrio
se a me fosse stato proposto il Problema, dopo essere arrivato all'equazione

$$\boxed{A}\quad f\delta l - f\delta a + \frac{\delta m - \delta b \times \sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$$

che nasce dal cangiamento delle va
zioni in differenziali, avrei ragionato così. Integrisi col mezzo delle serie
la superiore equazione differenziale alla cicloide, onde nasca

$$\frac{x-a}{2\sqrt{2}} = \frac{f(y-b)^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{f^3(y-b)^{\frac{5}{2}}}{5\cdot 1} + \frac{3f^5(y-b)^{\frac{7}{2}}}{7\cdot 1\cdot 2} + \frac{3\cdot 5 f^7(y-b)^{\frac{9}{2}}}{9\cdot 1\cdot 2\cdot 3} + \frac{3\cdot 5\cdot 7 f^9(y-b)^{\frac{11}{2}}}{11\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} \text{ ecc.}$$

e fatto il regresso della serie si trovi f dato per un altra serie di
y, a, b, che si supponga sommata. Facendo poi $x = a$, $y = b$ troverò
il valore di f dato per a, e b, ~~Passando~~ cioè il valore di f dato per un
funzione di a, perche mediante l'equazione alla parabola b è dato per
Passando in seguito all'ipotesi $x = l$, $y = m$, mi verrà dato l'istesso f per
una funzione di l mediante l'equazione all'altra parabola. Il confront
poi dei due valori di f mi farà trovare l dato per a, e quindi a
m sarà dato per a, e così f. Sostituiti poi questi valori nella su
equazione $\boxed{A}$ mi verrà a dato per c, onde f, a, b, l, m mi sara
tutti dati per c. Non è dunque vero che siano indipendenti le a, b da
l, m, e però mi nasce dubbio sull'arbitraria divisione che fa dell'equazi
suda. il Sig.r la Grange. Il cangiamento poi che fa delle variazioni in di
ziali, ove si tratti di equazioni a curve, mi sembra che potesse essere meglio
dilucidato. L'equazione ad una delle nostre parabole è $pb = a^2$; egli passa
alle variazioni, e dice, dunque $p\delta b = 2a\delta a$, e intende certo che queste va
ni δb, δa appartengano alla brachistocrona e non alla parabola. Dunque ne
disegno, presa Bb nella figura $= \delta a$, e alzata l'ordinata infinitamente vi
ma bil, che taglia la parabola in i, e la cicloide in l, condotta Dd parallela al
e prodotta la bl fin che $lh = bi$, sia la $lh = \delta b$ variazione nella brachistocrona
che deve essere eguale al differenziale di della parabola, perche non può ave
rispetto alla parabola $p\delta b = 2a\delta a$, se δb, δa non sono eguali ai differenziali

Io la supplico di comunicarmi il dottissimo di lei sentimento su questo punto, e di avvertirmi de' miei errori. A me certo dà fastidio, che di quattro soluzioni, de' quali è suscettibile il Problema, se ne presenti una sola dal metodo del Sig.r la Grange, e di più, che la più vera di tutte, che sarebbe quella del caso in cui il grave comincia il moto dal punto S concorso delle due parabole, non apparisca. L'ho io nojata abbastanza? Eppure convien che ella soffra un altro quesito.

Io so, che il fu Sig. Conte Vincenzo di venerata memoria ha scritto sui
... stesso tempo. Mi potrebb' ella far grazia
moti
con
che
è
ad
si c.
ves
in
pu
per
an
rec
ri
Ella
qu
Et
e
ca
si

Il libro, che le trasmetto, non mi costa ... e me accetti quale regalato. Mi onori de' suoi veneratissimi comandi, e con pienezza di stima e d'ossequio mi protesto

Ferrara li 23 Marzo 1780

Di V. S. Ill.ma

Dev.mo Obblig.mo Servitor Vero
G. Francesco de' Malfatti

3 45

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo   39

Unitamente con questa mia riceverà V.S. Ill.ma una Dissertazione, in cui esamino il Sistema Musico di M. Rameau, il quale ha occupata non solo la Francia, ma ancor l'Inghilterra, e pressochè tutta l'Italia. Egli era necessario l'esaminarlo, per disingannare la Gioventù Italiana singolarmente. Le spedirò poscia l'Esame del Sistema Musico del Sig. Giuseppe Tartini, ch'è stato tenuto in molto conto da quelli, che per la sua oscurità non l'hanno capito. A questo succederanno le mie Riflessioni sopra il Libro primo della Scienza teorica, e pratica della Moderna Musica del P. Francescantonio Vallotti. S'egli seguitava a vivere, avea destinato di tenerle celate a cagione della nostra antica amicizia; ma essendo passato a miglior vita, ho preso risoluzione di pubblicarle, per difendere le dottrine del mio Saggio sopra le Leggi del Contrappunto da lui in più luoghi impugnato, senza per altro mai nominarlo. Delle mentovate tre Dissertazioni, che offro a cotesto Giornale, la supplico di farne tirare a parte cinquanta copie, onde si possano unire in un Tometto, che verrà a contenere i più essenziali principj della Musica, e del Contrappunto, ed io supplirò alla spesa.

Spero che presto sia per uscire un nuovo Tomo del Giornale, ed anche delle Opere del ch. Sig. Ab. Tiraboschi, a cui, ed altresì al Sig. Ab. Contarelli la prego di portare i miei complimenti. Sono col maggiore rispetto.

Treviso 29. Marzo 1780.

Di V.S. Ill.ma
Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Ab. Domenico Troili. Modena.

35

40

[illegible]

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo:

3 45

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo:

41 51

I Tempi tanto incostanti trattennero più di un mese le spedizioni diverse che avevamo fatte p la parte di Bologna che sento finalmente tutto giunto al suo destino e fattene le opportune spedizioni.

Il Ballotto diretto a V.S. Ill.ma contenente le Copie Enunciatele del Prodromo fu unito ad altro Ballotto dl Sig.re Erede di Niccolò Pezzana di Venezia dal quale potrà procurarlo e ci sarà gratissimo che a suo tempo cene dia rincontro per quiete, mentre desiderosi di suoi comandi passiamo a dichiararci.

Di V.S. Ill.ma

Viena 31 Mzo: 1780

Umil.mi Div.mi Servi.
Vincenzo Pazzini Carli e Figli

Modena 4 Aprile 1780

Umilll.mo e Dev.mo Servitore
Giuseppe Contarelli

345 42

3

4 D.

o pave.

nel om.

vranto

e s'ha dispatto nota

Abate

lo sii.

ranto tap

Sue copie

V. S. Ill.ma

mmria

go.

ghio

Modena 4 Aprile 1780

Umil.mo e Dev.mo Servitore
Giuseppe Carnarelli

35

2.

All' Ill.mo Sig.re Sig.re Pron Colen.mo

Il Sig.r Giordano Riccati

Venezia [illegible]

Treviso

Illmo Sigre Sigre Padrone Colmo 45 55

Illmo Sig.r Sig.r e Pron Colmo 43

Sono più mesi, ch'io scrissi a V. S. Illma in risposta d'una sua dottissima deli 24 Di=
cembre dell'anno scorso. Son bramosissimo di sapere da lei il suo stimatissimo pare=
re per assicurarmi, s'io abbia colpito nel segno, oppure commesso alcuno errore nel com=
prendere le sue dottrine, o nelle riflessioni che vi ho aggiunte. La supplico pertanto
a darmene qualche notizia senza suo incomodo, e a darmi nuova, se s'ha di spesso nota=
bile nelle cose, che ho pubblicate nel tomo 28.° di questo giornale. Il Sig. Abate
Andres mi scrisse in dubbio, ch'io credo d'aver dissipato all'speranza, e d'averlo per=
nemente persuaso. Il Prodromo della Enciclopedia Italiana, che s'aspetta da tanto tem=
po non s'è ancora veduto. Agli autori degli articoli sono state promesse dodeci copie
siccome mi ha detto il Sig. Abate Tiraboschi, tra i quali autori essendo ancora V. S. Illma
nel dover toccare a lei tante altre pure io spero che il detto Sig. Abate Tiraboschi mi favorirà
di darmene una da leggere, perchè io, ora studiare l'articolo dell'Incanto falso.
Io desidero sommamente di conservarmi nella preziosa sua grazia, e però la supplico
di onorarmi di qualche suo comando, protestandomi con ossequiosissimo ossequio

Di V. S. Illma

Modena 4 Aprile 1780

Umilissmo e Devotissmo Servitore
Giuseppe Contarelli

3 45

4 4

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 45 51

Al Nobile Sig.re Sig.r [illegible] Ill.mo

[illegible] conte [illegible]ordano Riccati

Venezia [illegible] Treviso

4:11
-:14
3:17

[Co]nsiderata con tutta l'attenzione la dottissima Lettera di V.S. Illma, sembrami che a buon conto uno sbaglio del Sig. la Grange consista nel cambiare le variazioni nei differenziali.

Cercando la curva della più celere discesa nel vuoto, si nomini x l'assissa orizzontale, y l'ordinata verticale, e la formola, che esprime il tempo sarà $\int \frac{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{\sqrt{y}} = \int Z$, e conseguentemente $\frac{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{\sqrt{y}} = Z$. Differenziando, e posta in opera le regole ordinarie, proveremo $\delta Z = -\delta y \frac{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}{2y\sqrt{y}} + \frac{dy\,\delta dy + dx\,\delta dx}{\sqrt{y}\sqrt{(dx^2+dy^2)}}$, e mettendo per brevità $ds = \sqrt{(dx^2+dy^2)}$, $n = -\frac{ds}{2y\sqrt{y}}$, $p = \frac{dy}{ds\sqrt{y}}$, $P = \frac{dx}{ds\sqrt{y}}$, dovrà essere $\int \delta Z = \int n\,\delta y + \int p\, d\delta y + \int P\, d\delta x = 0$, e facendo uso delle integrazioni per parti,

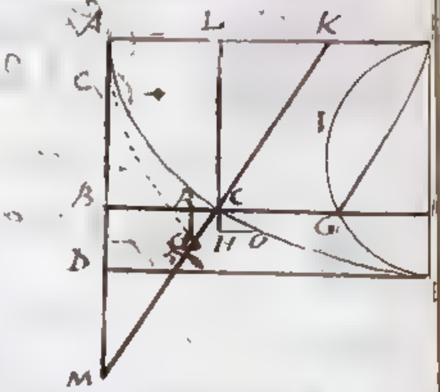
$$(n - dp)\,\delta y - (dP)\,\delta x = 0$$
$$(p)\,\delta y + (P)\,\delta x = 0$$

La formola (A) mi dà $n - dp = 0$, $dP = 0$, cioè $-\frac{ds}{2y\sqrt{y}} - d\left(\frac{dy}{ds\sqrt{y}}\right) = 0$, $d\left(\frac{dx}{ds\sqrt{y}}\right) = 0$. Integrata la seconda equazione, si trova $\frac{dx}{ds\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$, e quindi $a\,dx^2 = y\,ds^2 = y(dx^2+dy^2)$, o sia $(a-y)\,dx^2 = y\,dy^2$, e finalmente $dx = \frac{\sqrt{y}\cdot dy}{\sqrt{(a-y)}}$, equazione alla cicloide, il cui circolo generatore ha il diametro $= a$. La stessa curva si deduce parimente dalla prima formola $-\frac{ds}{2y\sqrt{y}} - d\left(\frac{dy}{ds\sqrt{y}}\right) = 0$

Illmo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara.

Divotmo Obblmo Servitor Vero
Giordano Riccati

La formola (B) serve a determinare il primo, e l'ultimo
punto della cicloide secondo la varietà delle circostanze.
Si cerchi la cicloide AC, per cui cominciando dalla quiete
nel punto dato A, giunge il corpo nel minimo tempo
alla linea KM, che fa colla orizzontale AF l'angolo
qualunque AKM. Sia AQ la curva delle variazioni.
Si segnino $CH = dy$, $HO = dx$, $CR = -\delta x$, $RQ = \delta y$.
Sostituendo nella formola (B) in cambio di p, P i loro
valori, scopriremo $\frac{dy\,\delta y}{ds\sqrt{y}} + \frac{dx\,\delta x}{ds\sqrt{y}} = 0$, e perciò
$dy\,\delta y = -dx\,\delta x$, e conseguentemente
$CH : HO :: CR : RQ$,
$dy : dx :: -\delta x : \delta y$. Sono dunque simili
i due triangoli CHO, CRQ, ed in essi si agguagliano
gli angoli HCO, RCQ: ma
l'angolo RCH è retto; dunque
sarà tale altresì l'angolo QCO, e
quindi la cicloide taglia ad angolo
retto l'inclinata KM. Facendo il
Sig. la Grange $dy = \delta y$; $dx = -\delta x$,
viene per conseguenza a deter-
minare $dy = dx$, e restringe il problema alla sola ipotesi
che l'angolo AKM sia semiretto.



Poichè CK è normale alla curva, sarà LK sunnormale, ed $= y\frac{dy}{dx}$,
e sostituito in cambio di dx il suo valore, scopriremo
$LK = \sqrt{ay - y^2}$, e perciò $AK = x + \sqrt{ay - y^2} = c$, essendo

AK

AK linea data. Per la natura della cicloide BN = EGIF: ma la GC = EG, GN = $\sqrt{ay - y^2}$; dunque BC + GN = $x + \sqrt{ay - y^2}$ = GIF = AK = c, ~~[illegible]~~ e KF = CG, e per conseguenza FG parallela a KC. L'angolo dato LFG = LKC determina l'arco EG in conosciuta ragione all'arco GIF, ch'io esprimo per n : m. Si faccia dunque m : n :: AK : KF, e determinata FE, che stia ad AF come il diametro del circolo alla semicirconferenza, col cerchio generatore EGIF s'intenda descritta la cicloide ACE, la quale taglierà ad angolo retto l'inclinata KM, a cui il grave giungerà nel minimo tempo discendendo per la porzione di cicloide AC.

Se il punto A esser potesse in qualunque sito della verticale AM, egli è chiaro, che quanto più si accostasse al punto M, tanto più calerebbe il diametro del circolo generante la cicloide, descrivendo sempre porzioni di cicloidi simili alla AC, ed il corpo perverrebbe all'inclinata KM in tempo minore, il quale si annullerebbe, quando il punto A cadesse in M, e questo sarebbe il caso del minimo tempo impiegato dal grave a passare dalla verticale AM all'inclinata KM. Le stesse conseguenze si dedurrebbero se il corpo da principio si collocasse su un punto di una linea anch'essa inclinata all'orizzonte. Adatti Ella il calcolo del Sig. la Grange a questo ultimo problema, ed osservi se oltre il notato sbaglio ne contenga qualche altro.

Illmo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara.

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

La settimana ventura le comunicherò una soluzione di mio fratello di un problema, nel quale trattasi della combinazione del moto rotatorio col progressivo. E pregandola della continuazione dei pregiatissimi suoi comandi, ho l'onore di confermarmi

Di V. S. Ill.ma

Treviso 22 Aprile 1760

Ill.mo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara.

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

MANIFESTO, E PROSPETTO

DI UN OPERA

Illmo Sigre Sigre Pron Colmo 49

Adempio la promessa, comunicandole la soluzione dell'Ab. Vincenzo mio fratello di un problema, in cui trattasi della combinazione del moto rotatorio col progressivo. Mi avvisa il Sig. Vincenzo Bazzini Carli di aver inviato all'Erede del Sig. Niccolò Pezzana di Venezia le dodici copie del Prodromo a me dirette. Ho dunque scritto al Co. Francesco mio fratello, ch'ora si ritrova in Venezia, che se le faccia consegnare, e me le porti, quando sarà di ritorno a Treviso. E cogli attestati della più costante pienissima stima mi glorio di essere

Di V. S. Illma

Treviso 14. Aprile 1780.

Illmo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara.

Divotmo Obblmo Servitor Vero
Giordano Riccati

3 4

4 4

La settimana ventura le communicherò una soluzione
di mia fratello di un problema; nel quale trattasi dal

5 0

MANIFESTO, E PROSPETTO

La settimana ventura la comunicherà di una soluzione
di mio fratello di un problema, nel quale trattasi di

MANIFESTO, E PROSPETTO

DI UN' OPERA

CHE ATTUALMENTE STAMPASI IN SIENA DA' FRATELLI BINDI.

I Fratelli Bindi Stampatori, e Mercanti di Libri in Siena avvisano il Pubblico, che essi attualmente impiegano i loro Torchj per l'Edizione di un' Opera del Sig. Abate Leonardo Ximenes, Mattematico di S. A. R. il Granduca di Toscana, Accademico di Pietroburgo ec. la quale è intitolata

NUOVE SPERIENZE IDRAULICHE.

Quest' Opera interessantissima è indirizzata ad esaminare per la via sperimentale alcune leggi fondamentali dell' Idraulica, sulle quali pur discordano i più insigni Scrittori di questa facoltà, così necessaria allo Stato.

La legge della resistenza di un solido esposto alla diretta forza del Fluido è stata diversamente fissata dal rinomato Sig. Newton, e da' più recenti insigni Scrittori, tra quali si contano il Sig. D'Alembert, ed il Sig. Leonardo Eulero, due eccellenti Geometri del nostro secolo. Per deciderla colle Sperienze, altro non abbiamo, che due di esse fatte dal Sig. Mariotte, le quali, oltre all'essere scarse di numero, si mostrano per altre ragioni difettose. Il gran numero delle Sperienze del nostro Autore ci assicura, che la legge prescritta da' citati due Geometri è certissima, e concordemente comprovata da detti esperimenti, fatti in grande ne' Canali artificiali, e ne' Fiumi medesimi in qualche loro pienetta.

Assai

Assai più oscura della prima riesce finora la seconda legge delle forze de' fluidi, e respettive resistenze de' solidi collocati obbliquamente alle percosse. I due mentovati chiarissimi Autori assumono tali resistenze in ragion duplicata de' Seni, ed altri, tra quali il Sig. 'sGravesande, nella ragion semplice de' medesimi. Le lunghe e varie Sperienze del volume presente provano, che detta legge, in parte seconda la Teoria de' primi, ed in parte de' secondi, cioè, che la vera legge della natura non può generalmente esprimersi con una data ragione de' Seni, secondo un determinato esponente delle loro dignità, ma la sua scala è diversa.

Ignorasi pure, e son pur discrepanti le opinioni degl' Idraulici, intorno alle velocità de' diversi Strati delle acque correnti a diverse loro profondità dalla superficie sino al fondo, e tal legge pure si mette in chiaro talmente, che la vera scala delle velocità non può mai essere, nè quella del Castelli, nè quella del Guglielmini, ma è differentissima dalle medesime.

Tralascianfi le altre leggi Idrauliche, che vengono ricercate dall' Esperienza, servendo queste sole tre per render l'Opera interessante, e necessaria a tutti gl' Ingegneri, e Persone destinate al regolamento de' Fiumi.

Per eseguire tante, e così varie Sperienze indirizzate tutte allo scuoprimento delle leggi Idrauliche fondamentali, era indispensabile la scelta, e la costruzione di una Macchina Idrodinamica, cioè indirizzata alla misura precisa delle forze, e velocità delle acque correnti, e questa è stata dall' Autore concepita, e messa in opera con ogni maggior semplicità. Essa si adatta alla misura de' Fiumi ancora in piena, almeno nelle al-

tezze

tezze mezzane. Si adatta alla misura del Viaggio Marittimo de' Vascelli, come pure alle forze, e velocità de' Venti.

Dividesi l'Opera presente in tre libri, nel primo de' quali è registrato il Diario di tutte le Sperienze, tali quali sono state fatte ne' Canali, e ne' Fiumi, con una minutissima descrizione di due Macchine adoperate.

Nel secondo libro son contenute tutte le riduzioni, che devono accompagnare le Sperienze, per poterne ricavare i varj risultati, a' quali le dette Sperienze sono indirizzate.

E finalmente il terzo libro è destinato tutto per dedurre, dimostrare, e paragonare col sentimento de' più insigni Scrittori Idraulici, tutti que' risultati, che vengono poi a scoprirci le principali leggi Idrauliche, che formano l'oggetto di quest' Opera.

Servirà questo breve Prospetto per invitare all'acquisto di quest' Opera gli Amatori dell' Idraulica, i quali, se vorranno esser sicuri di possederla, basta, che mandino la loro associazione agli Editori Bindi di Siena, o ad altri, come dirassi, essendo assai limitato il numero degli esemplari.

Essa stampasi in quarto grande con caratteri nuovi. E' dedicata a S. A. R. l'Arciduca d'Austria, Granduca di Toscana. E' arricchita da più rami esprimenti tutte le Macchine adoperate per misurar la forza, e la velocità delle acque correnti; e si accorderà a' primi Compratori a ragione di Lire sette Fiorentine. Scemando poi gli esemplari, essa crescerà di prezzo in proporzione dello spaccio. Si venderà a Siena alla Stamperìa Bindi, ed a Firenze dal Molini al suo Negozio.

Questi due Negozianti di Libri ne conserveranno gli esemplari per quelle Persone, che anticipatamente vorranno asso-

associarsi, per mandar poi il danaro, quando l'Opera sarà pubblicata, e vendibile. La stessa associazione potranno parteciparla all'Autore dell'Opera.

Siena il dì 1[illegible] *Febbrajo* 1780.

P. S. Le Persone, alle quali è indirizzato il presente Manifesto, sono pregate a parteciparlo alle Persone intelligenti delle materie Idrauliche, e de' Lavori de' Fiumi.

[illegible] lusingo [illegible] essere [illegible] scura, se non [illegible] cifra [illegible]
ma per [illegible] mia absenza [illegible] o [illegible]
nato [illegible] questa [illegible] a [illegible]
il [illegible] febraro del Sig.r [illegible] si arrivo
[illegible] una di quelle sere [illegible]
[illegible] lui mi [illegible]
al [illegible] il mio [illegible]
[illegible] tempo [illegible] in [illegible]
[illegible] mai [illegible] non [illegible] da noi [illegible]
[illegible] versa [illegible] sola [illegible]
[illegible] a la [illegible] pigliarla [illegible]
[illegible] alcuna [illegible] che [illegible]
[illegible] più [illegible] d'agradire solo [illegible] animi
[illegible] non [illegible] forse sarà effetto [illegible] pigliarla [illegible]
[illegible] come per l'asse[illegible]
[illegible] cose nuove [illegible]

56

[illegible] grazia e [illegible] de' miei [illegible]
[illegible] a tutte di sua [illegible] glia, [illegible] pien[illegible]
[illegible] coll'onor [illegible]

[illegible] e [illegible]

Polcenigo [illegible]

[illegible] Serv.re
[illegible]

ne
ce
gresso
con-
le
i.
prossi
rso
esso
o
e.
o
tali

ui con
rtissimi
le,
renivo
ita
nta
n
a
ruta

ra
da
n.
figure,
ccade-
tanto,
ui
esa-
ine.
bo,
la,

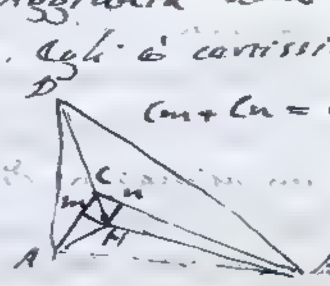
8

Ill.mo Sig.r [illegible] Sig.re [illegible]
Il Sig.r Ca.r Leonca[illegible]rcati
con un [illegible] foglio
segnato [illegible]
[illegible] Ao

a Ve[illegible]
S. Francesco

Io non ho replicato alla gentilissima e dottissima sua degli
... Gennajo, perchè sono restato interamente persuaso
di quanto in essa contiensi. Giudica V. S. Illma, che
la formola $x^{\ell}+pax^{\ell-2}-b=0$ nelli ipotesi di p pari
non si possa costruire in veruna maniera. Sottointesa
la condizione che sia $a^{\ell} > \frac{b^2}{4}$, la detta formola non
si può costruire, non già per difetto del metodo di
mio Fratello, ma perchè tutte le sue radici sono
immaginarie. Mi serva di esempio il caso di $p=2$,
che mi guida alla formola $x^2+2a-b=0$, le cui
radici $x=\pm\sqrt{-2a+b}$: essendo $a^2 > \frac{b^2}{4}$, sarà
necessariamente $2a > b$, e quindi $-2a+b$ quantità ne-
gativa, e per conseguenza immaginarie le due
radici $\pm\sqrt{-2a+b}$. Che siano immaginarie le radici
della formola $x^4+4ax^2+2a^2-b=0$, nella supposi-
zione di $a^4 > \frac{b^2}{4}$, l'ho provato nella lettera dei
24 Decembre 1729. Lascio poi il provare gene-
ralmente lo stesso della formola $x^{\ell}+pax^{\ell-2}\ldots -b=0$
alla sua perspicacità.

Quello che Ella ha pubblicato nel Tomo 14. di cotesto Gior-
nale in riguardo alla controversia col Sig. Ab. Rassuti,
l'abbiamo già concertato insieme. Resta dunque,
che io dica qualche cosa intorno all'Aggiunta alla
Risposta in difesa di mio Fratello. Egli è certissimo
che si danno infiniti casi, ne' quali
ma perchè la somma $AC+BC+DC$
sia



ritrovarsi prossimo d'un altro non debbo trovarsi, ma supporsi sempre trovarsi la
minima somma. Intendo io libero a ... qualunque punto ... più prossimo
... che più comodo mi riesca alla soluzione del problema, e ciò non impe-

5 46

sia assolutamente minima; fa di mestieri provare,
che mutato infinitamente poco di sito il punto C, non
solo per le direzioni DC, AC, BC, ma per qualunque
altra, la predetta somma si mantiene sempre costante.
In una mia lettera dei 20. Agosto dell'anno scorso ho
io dimostrato avverarsi, quando ciascuno dei tre
angoli ACB, ACD, BCD s'eguaglia a' gradi 120.
In tutti gli altri incontri, dato anche che si avveri es-
sere $Cm+En = CH$, cangiato per un minimo il sito
del punto C per una direzione diversa da CH, la
nominata somma non si conserva costante.
Il Sig. Ab. Andres avrebbe altresì bisogno di essere
persuaso, che il Galileo è caduto in paralogismo, qua[ndo]
ha creduto di dimostrare, che il moto sarebbe istanta-
neo nella supposizione, che le velocità dei gravi ca-
denti accettassero la ragione degli spazj scorsi. S'egli
avesse ben capito l'Opuscolo di mio fratello, non pense-
rebbe certamente così. Sia $BC = CA$, $CD = DA$
$De = eA$ &c. ed agevolmente dimostrasi,
che nella detta ipotesi gli spazj $CB = \frac{1}{2}a$,
$CD = \frac{1}{4}a$, $De = \frac{1}{8}a$ &c. si scorrono nello
stesso tempo finito: ma per escorrere lo spazio
$BA = a$ si richiedono infiniti termini della serie geo-
metrica $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{8}a$, $\frac{1}{16}a$ &c, la cui somma, conti-
la serie fin all'infinito, s'eguaglia ad a; dunque lo spazio $AB = a$
si passa in tempo infinito, e non in un istante. Resto
con pienezza di stima, e di ossequio. Di V.S. Ill.ma

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Consavalli · Modena

Treviso 14. Aprile 1760

Umiliss.mo Divot.mo Servitore
Giordano Riccati

4, in cui

iso della

principio

dimostrazioni

darci un

pendolo

risoluto,

, anche si

o della

e pare

è la mia,

una sola

è semplice

molto così

luogo inti;

niramente prossimo ad un altro non debbo provare, ma supporre sempre essere la minima somma essendo io libero a scegliere qualunque numero e quello piuttosto quello che più comodo mi riesce alla soluzione del problema, e ciò non impe...

Sig. Conte mio Stimat.mo

Bologna 18 Aprile 1780 61 65

Finalmente ad mezzo del S.r Ab.e Adorilla ho ricevuto la nota

Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron Col.mo 59

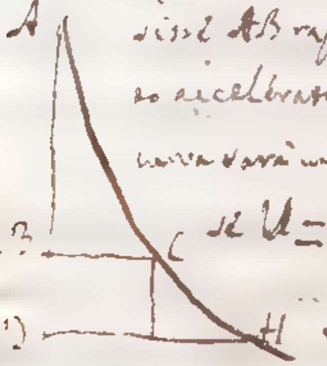
Ricevo oggi assieme la gentilissima lettera di V.S. Ill.ma scritta in data del 14, in cui vejo con mio compiacimento approvarsi da lei quanto le scrissi in proposito della formula $x^p + pax^{p-2} y - b = 0$.

Finalmente pochi giorni sono ho avuto nelle mani il Prodromo della nuova Enciclopedia Italiana, e con ciò avrò il comodo d'imparare moltissimo dalle sue Dissertazioni [illegible] falso. Ci vuole un [illegible], che questa Enciclopedia non possa andare avanti.

La sua osservazione sull'Aggiunta fatta da me e stampata nel Tomo 18 di questo Giornale è giustissima. Io ho fatto sempre la distinzione fra il minimo assoluto e il minimo relativo. Non pare, che questo ultimo della ricercarsi affatto, perchè si nulla ripugna, che al problema sia aggiunta la condizione, che il punto della minima somma delle distanze [illegible] in una data retta. La stessa osservazione pare ancora che contenga una sottile obbiezione contra la soluzione Frisiana e la mia. Quanto a me non ho voluto altro, che cavare dalle Dottrine Riccatiane una soluzione del Problema Fermatiano molto simile alla prima, e forse anche più semplice per riguardo alla costruzione. Del rimanente mi sembra che si possa rispondere così. La teoria de' massimi, e de' minimi m'insegna, che qualunque punto io scelga infinitamente prossimo ad un altro non debbo trovare, ma supporre sempre costante la minima somma. Essendo io libero a scegliere qualunque punto, scelgo piuttosto quello che più comodo mi riesce alla soluzione del problema, e ciò non impedisce

dire che la soluzione sia universale, [illegible], perchè dovendo entrare congiungimento di una retta sempre eguale a' due congiungimenti dell'altre due, o [illegible] sempre si dimostra, che nessuno de i tre angoli può esser maggiore di 120.° e in conseguenza bisogna, che sieno eguali

L'ult.ma mia Risposta manuscritta al Sig.r Abate Andres [illegible] d'aver sciolto tutti i suoi [illegible] e d'averlo convinto de' suoi sbagli. In particolare gli ho fatto toccar con mano il paralogismo del Galileo nella seguente maniera. Se nella curva ACH



le ascisse AB rappresentino i tempi, le ordinate BC gli spazj scorsi con moto accelerato, nell'ipotesi delle velocità in ragion degli spazj, questa curva sarà una Logistica. Imperocchè in qualunque ipotesi $U = \frac{ds}{dt}$. Dunque se $U = \frac{s}{a}$, avremo $s = \frac{a\,ds}{dt}$ cioè $dt = \frac{a\,ds}{s}$, e però integrando $t = ls - lo$. È manifesto, che il punto A, ove svaniscono i tempi, e gli spazj è infinitamente distante dal punto B, ove lo spazio BC è finito. Dunque il tempo impiegato a percorrerlo è infinito. Di più è chiaro, che se DH è doppio di BC, essendo la differenza de i tempi = BD, e però finita, la seconda metà di DH non si passa in uno istante come pensò il Galileo, ma in un tempo finito. Ho [illegible] molte altre cose [illegible] per degni rispetti, le quali non ho voluto nascondere nella privata [illegible] tura. Io resto sempre con profondo ossequio, e con pienissima stima

Di V. S. Ill.ma

Modena 28 Aprile 1780

Umil.mo e Dev.mo Servitore
Giuseppe Conradelli

61 65

Ill. Conte mio Sig.re   Bologna 18 Aprile 1780

Finalmente, col mezzo del S.r Ab.e Pedrovilla ho ricevuto la nota

All'Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati
Venezia per Treviso

2.

Sig. Conte mio Stimat.mo   Bologna 18 Aprile 1780.   61   65

Finalmente col mezzo del Sig. Ab.te Aldrovandi ho avuta la nota de' libri coi quali il Sig. della Volpe non avrà difficoltà di fare il cambio colle nostre sue stampe, che sono qui presso di me. Questa nota la troverà qui addietro nell'opposta carta; ella la osservi, e mi mandi i suoi ordini, e le opportune impressioni. Spero che la possa servire di sua soddisfazione, come mi porrò tutto il maggior impegno di farlo secondo il suo genio. Ho mandato novam.te dal Calegari in questa occasione per dimandare di quell'involto, che il Sig. Malfatti le ha spedito, e mi dice che lo deve questo diretto, col mezzo del Conte librajo di Siena, ma questo involto non si è veduto ancora. Il Calegari ha avute molte copie del Prodromo dell'Enciclopedia, ed alcune i Sig.ri D.r Canterzani, e D.r Mondini qui di Bologna alli quali sono state consegnate. Ciò le serva di regola per potermi dare anche in questo proposito le sue impressioni, dovendo questa cosa, che viene da lei, avere tutta la premura di servirla, ma [illegible] anche l'obbligo di farlo.

Qui stavano grazie le sue nuove, le mie grazie a Dio e della famiglia sono buone. Il mio terzo figlio è stato fatto Alfiere nel nobilissimo Reg.to delle Guardie del Landgravio d'Assia, il quale serviva qui vicino al

La mia Dissertazione letta nella Accademia à per titolo Principj di un nuovo Calcolo esponenziale e logaritmico: esso mi conduce a delle conseguenze inaspettate. La novità della materia non mi permette di poterne dare alcuna idea, se non le scrivo tutta la Dissertazione al più piccolo dettaglio, di cui niuna mi fido. Spero che nel mio ritorno

termine del suo viaggio. Non posso esprimerle la bon-
che ha quel Sovrano per me; ho ricevuto una sua let-
tera, a tale che non la potrei esiggere ne più gra-
ziosa di un miglior trattamento da un mio eguale.
Il primo de' miei figli già è Capitano per il Corpo delle
Guardie del Re di Spagna, ma le risposte andano avan-
ti; il 2do. per Roma per ricevere grazia a suo tem-
po se persevererà nella vocazione, in prelatura: Li
piccoli che ancora mi restano a suo tempo vi pen-
serà, come pure per le due piccole figlie, che già so-
in Monastero a Firenze per la loro educazione. Le
darò questo nome della mia famiglia perchè so
l'amicizia, che ha per me, che è un seguito di quel-
la antica la sempre grata, ed onorevole memo-
del suo buon e degno Fratello, a cui ho tante
obbligazioni V.S. tenuto per gl'impegnamenti avuti dal
grave per l'amore e bontà che aveva per me. Ques-
ta è una ricordanza, che mi rallegra, e me ne fa
spiar ancora della più Nostra, e però V.S. aggiungo a
Lei non che sono sempre con tutta la maggior stima
e riconoscenza

Di Lei Ill.mo Sig.re

Divmo ed Obbl.mo Ser.
Paol.o Mengozzi Bagelli

Atti dell'Accademia di Pietroburgo Tom. 8
ed il nono è quasi al termine.

Riccati Vincentij. De forze Vive et opuscol.
mot. tract.

Stancari Sched. Matt.

Zanotti Francisci de Viribus Centralibus

Zanotti[?] Storia dello Studio Tomi 2.
Si stampa il terzo

Martini Sopra la Musica Tomi 2
e si stampa il terzo

Fontanelli[?] Vita della Madonna [illegible]

Zanotti Gian Pietro Storia dell'
accad. Clementina dell'Istituto.

Questi sono quelle opere le quali non
[illegible] il [illegible] della [illegible]
[illegible] fare in [illegible]

La mia Dissertazione letta nell'Accademia à per titolo Principj di un nuovo Calcolo esponenziale, e logaritmico: esso mi conduce a delle conseguenze inaspettate. La [illegible] della [illegible] non mi permette di ponere darne alcuna idea, se non [illegible] intorno la Dissertazione al [illegible] [illegible] piccolo, di cui [illegible] mi fido. Spero che [illegible] [illegible]

BB

21:11
12
R:10

8 5

Al Nobil Huomo

Il Sig. Conte Giordano Riccati

Venezia a Treviso

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r Sig.r Pron Col.mo [?]

Stampati finalmente i Statuti di questa Accademia mi faccio lo onore di presentarne, a Lei Sig.r Conte, due copie a nome della medesima. Non fu così facile di ridurli alla forma, che sono, stante le difficoltà annesse al soggetto, che corrono in questi tempi, e in questi Paesi a turbare tutte le cose tendenti al ben avvenire delle opere, che si maneggia. Il giorno di S. Marco si passerà alla elezione dei due Accademici Pensionarj in luogo del P.R. Bianchini, e del Sig.r D.r Marsacchi [?] defunti: ambo incorporati [?]. Dopo si passerà a proporre i Problemi per la concorrenza del premio. La V.S. Ill.ma averà da suggerirci qualche soggetto, che fosse a tal scopo opportuno, e farebbe un favore singolare: giacchè si è in animo di farne, s'è possibile, deposito di parecchj, per avere maggior facilità di soddisfare annualmente a questo per altro arduo difficile impegno. L'assicurata la Accademia, ch'ella si ci onorerà di una sua Dissertazione, e anticipatole la accetto [?] a nome di Ella i dovuti ringraziamenti:

La mia Dissertazione letta nella Accademia à per titolo Principj di un nuovo Calcolo esponenziale, e logaritmico: esso mi conduce a delle conseguenze inaspettate. La carità [?] della stampa co' me poca non mi permette di poterne dare alcuna idea, se non le comporzo [?] intiera la Dissertazione al suo [?] Lei purgato giudizio, di cui unicamente mi fido. Spero che nel mese entrante

mi farà il favore di prendersi questo fastidio: giacchè prima della mia partenza
[illegible] non ò potuto di ciò supplicarla, non essendo ella alloggiata. [illegible] [illegible]
con V. S. Ill.ma, e con tutta la sua Famiglia la mia servitù, e rispettosamente mi segno

20 Aple 1750 Padova

Di V. S. Ill.ma Ecc.ma

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore

Giambattista Nicolai

me
or
re'
gresso
con-
le
ri.
prolli-
rso
esso
o
ie.
o
n tali

si con
ottissi-
le,
renivo
ità,
nta
in
a
rata

a
sa
r
igure,
cade-
unto,
ui
esa-
ne.
so;
à,

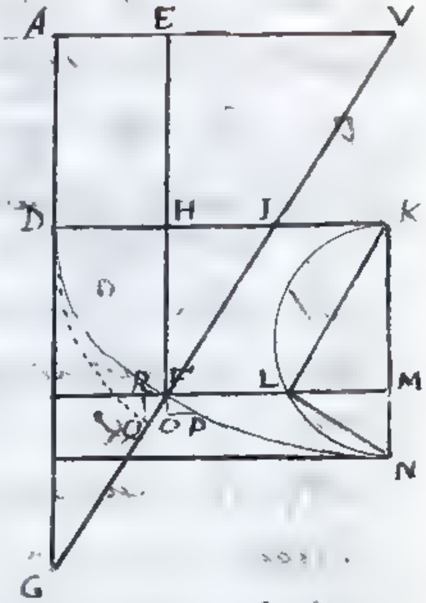
ad
Gra
curr
gra
da
all
A B
Qu
no
cas
eg
ha
ne

va
on
ha
che
suppo
Gr
fd

di
n
sa
m
as

Ill.mo Sig.r Sig.r Prone Col.mo 67

adattato il calcolo del Sig. de la Grange al problema, che cerca la curva DF, per cui discendendo un grave passa nel minimo tempo dalla linea retta verticale AG alla inclinata VG. Sia $AD = b$, $AE = f$, $EF = m$, $AV = c$, $AG = h$. Quella linea orizzontale, che il nostro Autore nomina a, nel caso presente è $= 0$. Perviene egli ottimamente, chiamata x l'assissa orizzontale, e $y-b$ l'ordinata verticale, all'equazione $dx = \frac{dy\sqrt{y-b}}{\sqrt{\frac{1}{2fa}-(y-b)}}$, che appartiene alla cicloide generata dal circolo, il cui diametro $\frac{1}{2fa}$. Io pongo $\frac{1}{2fa} = d$, onde ne risulta $f = \frac{1}{\sqrt{2d}}$. La mia lettera dei ? Aprile contiene la costruzione della cicloide DFN nell'ipotesi che $AD = b$ sia costante.



Supposta frattanto $AD = b$ variabile, dimostra il Sig. de la Grange che deve avverarsi la formola

$$\delta f - f\delta a + \delta m - \delta b \cdot \frac{\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0.$$

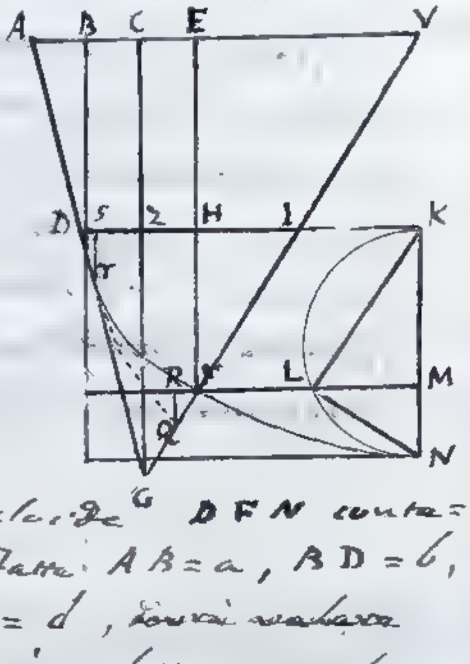
Pongo in vece di f il suo valore $\frac{1}{\sqrt{2d}}$, e cancello il termine $f\delta a = 0$ nel problema, che abbiam per le mani, e ci si presenta $\frac{\delta f}{\sqrt{2d}} + \delta m - \delta b \cdot \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{2d \cdot m-b}} = 0$, e conseguentemente $\delta f + \delta m - \delta b \cdot \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$. Faccia la riflessione essere $d = KN$, $m-b = EF - EH - HF = KM$, $d-(m-b) =$

$= KN - KM = MN$, e ne inferisca $\delta l + \delta m - \delta b \dfrac{\sqrt{MN}}{\sqrt{KM}}$
ma $\sqrt{MN} = \dfrac{NL}{\sqrt{NK}}$, $\sqrt{KM} = \dfrac{KL}{\sqrt{NK}}$; dunque
$\delta l + \delta m - \delta b \cdot \dfrac{NL}{KL} = 0$, e quindi $-\delta l = \delta m - \delta b \cdot \dfrac{NL}{KL}$
e passando all'analogia $-\delta l : \delta m - \delta b :: NL : KL$.
Ora $NL : KL :: AV = c : AG = h$, e perciò
$-\delta l : \delta m - \delta b :: AV = c : AG = h$. Sia DQ la curva
della variazione, e tirata la verticale QR, avremo
$FR = -\delta l$, $QR = \delta m$, e perchè $FR : RQ :: AV : AG$
addiviene che sia $-\delta l : \delta m :: AV : AG$, e che per
conseguenza non sia vera l'analogia $-\delta l : \delta m - \delta b$
$:: AV : AG$, senon supposta $\delta b = 0$. Sarà $\delta b = 0$
quando si assuma costante $AD = b$, ed in tale ipotesi
il grave si trasferisca dal punto D alla linea VG
nel minimo tempo, scorrendo la porzione di cicloide
DF. Egli è patente, che quanto più il punto D si
avvicina al punto G, altrettanto cala il diametro KN
del circolo generante la cicloide, ed il corpo descrivendo
sempre porzioni più corte di cicloide simili
alla DF, perviene alla inclinata VG in tempo minore
che finalmente si annulla, quando il punto D cade in
G, e questo è il caso del tempo assolutamente minimo
che si cerca. Bisogna perciò provare, che in detto
incontro $\delta m - \delta b = \delta m$, onde si abbia $\delta l : \delta m - \delta b$
$:: -\delta l : \delta m :: AV = c : AG = h$. Essendo nel punto
G $b = m = h$ linea costante, sarà parimente
$\delta b = \delta m = \delta h$, ma $\delta h = 0$; dunque $\delta b = \delta m = 0$
dunque $\delta m - \delta b = 0 - 0 = 0 = \delta m$. E perchè anche
$\delta l = 0$

$\delta l = 0$, avremo $-\delta l : \delta m - \delta b :: 0 : 0 :: AV = c : AG = h$, potendo $0 : 0$ riferirsi in qualunque ragione.

Il Sig. de la Grange divide la formola $\delta l + \delta m - \delta b . \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$ nelle due $-\delta l = \delta m \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$, $\delta b \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$.

La prima mi dà $-\delta l = \delta m . \frac{AV}{AG}$, e si trova sempre vera, qualunque valore si assegni alla retta $AD = b$, e per conseguenza ancora, quando $AD = b$ si agguaglia alla costante $AG = h$. Dalla seconda ne risulta $\delta b . \frac{AV}{AG} = 0$ e necessariamente richiede $b = AG = h$, onde si abbia $\delta b = \delta h = 0$. La prima formola determina un tempo minimo relativo al punto prescelto D nella linea AG, la seconda determina il tempo assolutamente minimo, il quale si ottiene, quando il grave si colloca nel punto G, in cui si intersecano le rette AG, VG.



Se anche la linea AG formasse un angolo obbliquo colla orizzontale AV, sia D il primo punto, F l'ultimo della curva DF, che dal grave si scorre nel minimo tempo, facendo transito dalla retta AG alla VG, che si tagliano nel punto G. Per punti D, G, F si tirino le verticali DB, GC, FE, e si ripeta la costruzione della cicloide DFN contenuta nella lettera dei 7. Aprile. Fatte $AB = a$, $BD = b$, $AE = l$, $EF = m$, $CG = h$, $KN = d$, dovrà valere $AV = c$, $CV = g$, $AC = c - g$, dovrà valere la

la formula $\delta l - \delta a + \delta m - \delta b \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = \delta l - \delta a + \delta m - \delta b$ $= 0$, che dal Sig. de la Grange dividesi nelle due $\delta l + \delta m \cdot \frac{CV}{CG} = 0$, $\delta a + \delta b \cdot \frac{CV}{CG} = 0$. La prima è sempre vera, qualunque punto D si scelga nella AG, avverandosi costantemente l'analogia $-\delta l = FR : \delta m = RQ :: CV : CG$. La seconda è falsa in tutti i punti, eccettuato il solo G, nel quale rimanendo costanti tanto a, quanto b, si annullano le loro variazioni δa, δb. Col metodo adunque dal mentovato illustre Scrittore si scioglie rettamente il problema, e si determina il tempo assolutamente minimo, collocando il corpo grave nel punto G.

La settimana ventura scioglierò il problema, che V. S. Ill.ma si è proposto, e determinerò il sito, in cui dee porsi un grave, acciocchè discendendo per una velocità si trasferisca da una parabola ad altra nel tempo minimo. Mi ha insegnato l'esperienza che per ottenere la soluzion d'un problema, giova moltissimo il passare per gradi dal più semplice al più composto. Se il mio raziocinio giustamente procede toccherà il giudicarlo a Lei, mentre mi protesto col maggiore rispetto, e perfettissima stima

Di V. S. Ill.ma

Treviso [illegible] Aprile [illegible]

Ill.mo Sig. Gianfrancesco de Malfatti. Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

Illmo Sig. Sig. e Pron Colmo 71

Non so se nell'ultima mia io mi sia spiegato con sufficiente chiarezza, e pre-cisione, e però chieggo perdono a V. S. Illma se di nuovo la incomodo con la pre-sente.

Il raziocinio della mia soluzione si riduce a questo.

Supposto C il punto cercato della somma assolutamente minima, per qualunque direzione si concepisca trasferirsi in un sito infinitamente vicino, la somma AC, DC, BC rimarrebbe sempre costante. Dunque anche quando si finge muover-si per alcuna delle tre direzioni AC, DC, BC. Ma in questa ipotesi la detta somma non può esser costante, come dimostro, se alcuno de' tre angoli ACD, ACB, BCD è maggiore di 120.° Dunque il punto C deve essere tale che nessuno de' tre angoli sia maggiore di 120.° condizione, o proprietà asso-lutamente necessaria del punto ove si ottiene la minima somma. Ma questo punto è unico, e il solo non escluso: dunque conchiudo con infallibile sicu-rezza, che se tale è il punto C, questo mi dà la somma assolutamente mi-nima. Il metodo è analitico, e però non ho bisogno provare, ma suppor fatto quel, che si cerca nel problema. Se io volessi dimostrare sinteticamente, che quando i tre angoli ACD, ACB, BCD sono uguali, la somma AC BC DC è assoluta-mente minima; allora certo farebbe di mestiere provare che la predetta somma si mantiene costante non solo nelle tre direzioni AC, BC, DC, ma in qualun-que

Divmo ed Obblmo Servre
Giac.o Marzari Pencati

più altra, come ha fatto V. S. Illma con molta esattezza, ed eleganza [illegible] sua dei 20 Agosto 1779.

E avessi voluto non andar incontro alla [illegible] difficoltà io mi sarei servito della [illegible] figura da lei additata a tal uopo, e avrei raziocinato così. Sia C il punto [illegible]

cato. Preso un qualunque altro punto E [illegible] mo, e fatte le preparazioni, come nella figura, fE [illegible] = fh + fg: dunque l'angolo AEg più l'angolo AED = A [illegible] non è maggiore di 120°, come si è dimostrato. [illegible] D agli angoli [illegible] e tre eguali [illegible] la sua lettera così [illegible] prima ch'io spedissi alla stampa l'Aggiunta, io non avrei [illegible] di servirmi de' lumi da lei communicatimi. Non posso allora differire finchè [illegible] per molto tempo notabile la pubblicazione del li[illegible]

Il Galileo ha creduto il moto istantaneo della proposizione, che ha creduto falsa d'aver dimostrata, cioè che il cadente nell'ipotesi combattuta passerebbe [illegible] tutto lo spazio in quel tempo stesso, che impiega a passar le due prime. A dimostrare il suo paralogismo non basta trovare come ha fatto prima d'ogn'altro il Fontana, essere uno spazio finito percorribile in un tempo infinito; ma conviene dimostrare che i tempi, che s'impiegano a passare lo spazio intero, e una parte di esso, comecchè infiniti non solo eguali per guisa, che la differenza sia nulla, il che è [illegible] mente avvertito, e dimostrato dal Sig. Abate suo fratello. Per altro nel metodo [illegible] da V. S. Illma si dimostra l'una, e l'altra cosa. Resto con perfetto ossequio

Di V. S. Illma

Modena 21 Aprile 1780

Devotmo Obbmo [illegible]
Giuseppe Contarelli

Illmo Sig. Gianfrancesco de Malfatti [illegible] Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

Si potea ancora sciogliere il problema più elegantemente così.
Sia C il punto cercato, che passi in C infinitamente vicino. Fatti le preparazioni, come nella figura, i punti C, f saranno nel perimetro d'una ellisse, di cui fuochi sono A, D: dunque per le proprietà di essa curva la BC toccherà per metà l'angolo AfD: ~~[illegible] $fC = hf + fg$~~ e però $hf = fg$:
ma per la proprietà de' massimi, e de' minimi $fC = hf + fg$
dunque $fg = \frac{fC}{2}$. Nel circolo circoscritto al quadrilatero C h f g è noto, che tre corde, ciascuna delle quali s'appoggia al raggio, fanno un angolo di 120°: dunque l'angolo AfD = ACD sarà di 120°; il che dice dovendo essere altri due angoli ACB, BCD, ne siegue, che allora la somma sarà la minima, quando i detti tre angoli saranno eguali, come si volea trovare.

Div.mo ed Obb.mo Serv.e
Giac. Marzocchi Bergalli

5

A Nobile Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Treviso

Illmo Sig. Gianfrancesco . . Devot.mo Obbl.mo Servitor Vero

de' Malfatti. Ferrara Giordano Riccati

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r e Pron. Col.mo 77

Sig. Conte Stimo

Bologna 25 Aprile 1780

...a recarle un nuovo incomodo. questo Signor Malvezzi mi
ha pregato a fargli venire li cornici, [illegible] pel
suo mezzo, e la sua gentilezza è tanta, che io ho coraggio di
andarle dando degl'incomodi non solo per me, ma anche per
gli Amici. Vorrebbe dunque quattro mezzi [illegible] ed
una Vacchetta da scrivere per un Scrittoio all'Inglese. La prego
per tanto di ordinare al S.r [illegible] le dette robbe, e quando
sarà, o vi sarà occasione, di spedirle con indicarne la spesa
e il recapito a chi dirigere il denaro. Nell'ordinario
scorso ella deve aver ricevuta lettera mia, risposta della
quale mi debbono venire i suoi ordini, e le sue risposte
... tanto mi occorreva di scriverle, e col pregarla a conti-
nuarmi sempre la stima. [illegible] grazia, me le offro
anch'io per quel poco che vaglio, e mi protesto di essere con
... Stima, obbligo, e riconoscenza
di Lei Ill.mo S.r Conte

Dev.mo ed Obb.mo Ser.o
Giac. Mariscotti Berzelli

> a

> 61

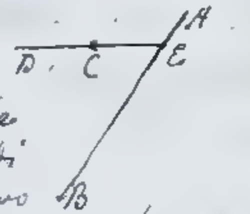
Ill.mo Sig.r Conte Sig.re e Padrone Col.mo

... Della quali mi ha onorato.

Al Nobil Uomo
Il Sig.r Con.te Giordano Riccati
Venezia
Trevijo
BB

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r e P.rone Col.mo

Io son debitore a V. S. Ill.ma di risposta a più lettere, delle quali mi ha onorato.
Prima di tutto le dirò, che domani un Cavalier nostro che parte per Modena,
recherà seco l'involto, e lo consegnerà in proprie mani al Sig.r Abate Tiraboschi.
Sapendo molti dì fa che andava a Modena, senza che mi fosse noto il gior-
no preciso di sua partenza, appena io l'ebbi in mano, che gliel mandai
a casa tal quale era, cosicche io non ho potuto anticiparmi il piacere di
leggere quel ch'ella scrive sul proposito de' tre sistemi di musica da lei
esaminati, la qual cosa però mi riserbo a fare con tutto il mio comodo
quando il Tomo del Giornale, in cui sarà inserita la sua Dissertazione
mi arriverà a Ferrara stampato. Passo ora a ringraziarla della bellissima
ed elegantissima dottrina sui due moti rotatorio e progressivo del fu Sig.r
Conte Vincenzo di lei fratello, ma non so se questa sia applicabile al caso
che io mi era proposto, d'una linea grave che ruota e discende giù per
un piano inclinato. Sia per esempio il piano inclinato
AB. Per un caso de' più semplici supponiamo la linea
DE collocata in situazione orizzontale. Egli è certo, che

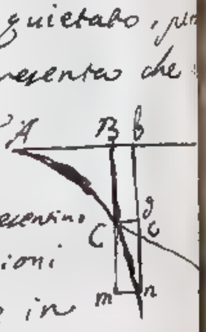


essendo questa linea lasciata in libertà, il suo centro di
gravità C non potendo discendere verticalmente a motivo
della resistenza del piano, tenterà di descrivere un arco circolare; ma il
punto E non essendo immobilmente attaccato al piano, converrà che esso pure si
muova per la linea EB. Dunque avrà qui luogo la combinazione de' due
moti rotatorio e progressivo. Ma si può egli dire, che questi due moti non si
turbino scambievolmente, come avviene nel caso considerato dal Sig.re di lei Fratello?
No certamente. Egli è perciò di mestieri calcolare questo turbamento, e ridursi
prima a un tal moto libero rotatorio del centro C, e di poi combinarlo con
un altro moto libero progressivo per EB, che dal primo sia affatto indipendente.
Io non ho ancora avuto comodo di esaminare questa faccenda. Ma forse mi riuscirà
più idoneo il considerare la linea DE non grave, e due pesi eguali alle estremità
D. E, ciascun de' quali rappresenti la gravità della mezza linea DE. Con tale sosti-
tuzione d'idea, io veggo subito, che siccome parte del peso E si risolve in pressione
del piano, non posso considerare il punto C di mezzo come centro di gravità de'
due pesi in D. E, e che questo tal centro sarà in un punto più vicino a D fa-
cilmente determinabile, che tende a discendere verticalmente, ma ora non

Dev.mo Obb.mo Servitore = Bc.M.

Sebastiano Canterzani

le posso dir altro sull'economia de' due moti repente e rotante, che debono in linea accadere, perchè non ho avuto tempo di pensarvi; e Dio sa anche, se pensandovi, vi sarei riuscito. Se questo tempo l'avrò, assoggetterò ben volentieri la mia indagine al finissimo di lei discernimento, e mi prevalerò della bontà somma, che si è sempre degnata con tanta cortesia di dimostrarmi. Oltre le sicure pruove degli anni passati io ne ho veduto una segnalatissima nella briga, che si è presa di trascrivermi con tanto suo incomodo la Teoria del nostro degnissimo Sig. Conte Vincenzo; e poi non contento, con successiva lettera ha voluto anche entrare nell'esame del metodo delle Variazioni del Sig. la Grange applicandolo a un caso di brachistocrona. Siccome questo è il presente mio studio nel poco tempo che mi rimane di libero, così posso parlargliene con più chiarezza d'idee di quello che potessi mai fare ove trattavasi del precedente Problema. Ella sappia dunque, che dopo averle scritto quella mia difficoltà sul prendere le variazioni nelle equazioni alle curve, che fa il Sig. de la Grange, riflettendo meglio mi sono quietato, perchè ho veduto, che l'equazione alla curva data non presenta che un termine di sostituzione rispetto alla brachistocrona.



Supposta AG una parabola dell'equazione $pb=a^2$ e chiamata $AB=a$, $BG=b$, se si vuole che b, a rappresentino tutte le coordinate della parabola, il prendere le variazioni in $p\delta b = 2a\delta a$, sarà lo stesso che il differenziare ordinario, e in qualunque punto della curva avrem $\delta b : \delta a :: db : da$, e siccome potrò sempre fare $\delta a = da$, avrem sempre $\delta b = db$. Ma rispetto alla brachistocrona CH, che ha l'unico punto C comune colla parabola, a cui compete un'equazione diversa da quella che spetta alla AG, in punto G, $b=\frac{a^2}{p}$ non diventa che una sostituzione, e quindi potrò dire rispetto alla curva CH, $\delta b = \frac{2a\delta a}{p}$, e poi, se, fatto $Bb=$ in G eguale δa ~~[illegible]~~, mi piace di fare la variazione Cm, che compete a CH, eguale alla flussione [illegible] [illegible] ordinata BC alla parabola, avrò anche Cm = [illegible]. Con questo breve raziocinio mi son reso facile ogni cosa, e mi sono riconciliato col Sig. La Grange, che al principio mi aveva messo un po' in

Mi è però piacciuto di veder trattato da lei con eleganza il Problema della brachistocrona fra due Rette date; e se la mia Lettera non giunge a tempo di risparmiarle la fatica, che si prende a riguardo mio, nell'adattare il metodo delle variazioni alla brachistocrona tra due parabole, cosicchè mi arrivi la sua soluzione dentro il corso di questa Posta, vedrò volentieri, come s'uniforma la soluzion mia colla sua, e profitterò di que' maggiori lumi, che Ella mi saprà dare. Io trovo però in siffatti Problemi un incomodo grandissimo, al quale non so riparare. Siccome questo è comune tanto a quello della brachistocrona fra due parabole, come all'altro fra due rette, così mi varrò, per ispiegarmi, di quei medesimi simboli, e di que' medesimi dati, de' quali Ella si vale nella sua Lettera de' 21 corrente Aprile. Integrata l'equazione alla brachistocrona coll'aggiunta della dovuta costante trovo $x = -\sqrt{\frac{1}{2f^2}\cdot \overline{y-b} - (y-b)^2}$ + Arco di cerchio di raggio $\frac{1}{4f^2}$, e di seno verso $y-b$; onde riportandomi al fine dell'arco di brachistocrona, avrò $l = -\sqrt{\frac{1}{2f^2} \times \overline{m-b} - (m-b)^2}$ + Arco di raggio $\frac{1}{4f^2}$, e di seno verso $m-b$. Ma abbiamo $c : h :: c-l : m$, ovvero $c : l :: h . h-m$, ossia $l = \frac{c \times \overline{h-m}}{h}$. Dunque $\frac{c \times \overline{h-m}}{h} = -\sqrt{\frac{1}{2f^2} \times \overline{m-b} - (m-b)^2}$ + il sud.to Arco. L'equazione $-\frac{\delta b \sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$ può verificarsi, ove sia $\frac{1}{2f^2} = m-b$, e ove pongasi $\delta b = 0$, ossia fatta la variazione δb eguale al differenziale db, ove sia $db = 0$. Veggiamo cosa succede nel primo caso. Cangiando le variazioni ne' differenziali, dee valere quest'altra equazione $f dl + \frac{dm \sqrt{1-2f^2 \times \overline{m-b}}}{\sqrt{2 \times \overline{m-b}}} = 0$. Ma $dl = \frac{-c\,dm}{h}$. Dunque $-\frac{cf\,dm}{h} + \frac{dm\sqrt{1-2f^2 \times \overline{m-b}}}{\sqrt{2\times\overline{m-b}}} = 0$. L'ipotesi di $dm = 0$ supporrebbe cognita la $EF = m$. Volendo perciò che m sia incognita, e dividendo la superiore equazione per dm, abbiamo $\frac{\sqrt{1-2f^2\times\overline{m-b}}}{\sqrt{2\times\overline{m-b}}} = \frac{cf}{h}$, onde si trae $\frac{1}{2f^2} = \frac{\overline{c^2+h^2} \times \overline{m-b}}{h^2}$. Ma si è anche supposto $\frac{1}{2f^2} = m-b$. Dunque $\frac{c^2+h^2}{h^2} = 1$, il che non sarà mai vero, quando $AV = c$ sia qualche cosa.

Abbandonata

Dev.mo Obbl.mo Servitore
Sebastiano Canterzani

Abbandonata perciò questa ipotesi, abbraccieremo l'altra $db = 0$, cioè b eg[...]
a una data; e in conseguenza è nota la AD, e il punto D, da cui dee com[...]
are la brachistocrona. Sostituito in tal caso il valore di f nell'equazione
al punto ultimo dell'arco DF di brachistocrona, avremo $c \times \frac{h-m}{h} = -\frac{c[...]}{h}$
+ Arco di diam.° $\frac{\overline{c^4 h^2 \times m-b}}{h^2}$, e di seno verso $m-b$, cioè
$c \times \frac{h-b}{h}$ = Arco di diam.° $\frac{\overline{c^4 h^2 \times m-b}}{h^2}$, e di seno verso $m-b$. Ma come pot[...]
noi ritrovare il valore di m cioè di EF per mezzo di questa equa[...]
Eppure senza di questo non potremo mai descrivere la cicloide, e in[...]
guenza non si potrà mai tradurre alla pratica la soluzione del Proble[...]
Peggio ancora sarà, se si cerca la brachistocrona tra due parabole [...]
anche nel primo membro dell'equazione finale entra una funzione [...]
m, che si eguaglia a un arco di raggio incognito, e di seno vers[...]
incognito similmente. In alcuni casi di Problemi di variazioni, che por[...]
a un simile incomodo m'è riuscito coll'introduzione di un arco dato di [...]
gio dato determinare con equazione finita il raggio incognito dell'arco dell'equazione
ma erano questi Problemi di metodo relativo di massimi e minimi [...]
cui restavami arbitraria una delle costanti. Ma qui non ho altra [...]
che quella, che mi somministra il regresso delle serie, la quale è [...]
solve inutilissima, perchè la serie del regresso non è sempre co[...]
gente, nè, ancorchè apparisca sul principio, la convergenza è sempr[e]
sicura. Sarebbe pur bene, che si trovasse la maniera di rendere
praticabile lo svolgimento di queste tali equazioni: onde il Geome[tra]
non restasse colla mortificazione di non aver sciolto il Problema, anch[e]
di essere arrivato alla soluzione. Io la supplico, con tutto il suo co[...]
di dirmi qualche cosa su queste mie ultime riflessioni; e intan[to]
ringraziandola vivamente di tutta quella fatica, a cui si sottop[...]
coll'unico fine di essermi utile ne' miei studi, con pieno ossequio, e
venerazione mi ripeto

Ferrara li 26 Aprile 1780

Di V. S. Ill.ma

Dev.mo Obblig.mo Servitore
G. Franc.o de Malfatti

Errori corsi nella Dissertazione del 43
Sig. Co. Giordano Riccati

Errori	Correzioni
pag. lin. 11. 3. $\frac{\overline{m-n}\cdot t}{r} = u$.	$\frac{\overline{m-n}\cdot t}{m+h} = u$.

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo 61

Essendo prossima la pubblicazione del quarto tomo degli opuscoli, prima di farla ho giudicato opportuno di mandare a V.S. Ill.ma una copia del di lei opuscolo, affinchè lo esamini, e se vi trovasse qualche errore, abbia la bontà di farmelo noto, per poter fare un errata corrige. Glielo spedisco dunque oggi col Corriere in un pacchetto sig.to col di lei riverito nome, pregandola di rimandarmelo più presto che sia possibile. Restando disposto a' di lei comandi, con tutto l'ossequio e la stima passo a protestarmi

di V.S. Ill.ma

Venezia li 26 Aprile 1780

Div.mo Obb.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Coleti

Abbandonata perciò questa ipotesi, abbraccieremo l'altra $ob = 0$, cioè b...

Errori corsi nella Dissertazione del 63
Sig. Co. Giordano Riccati

Errori	Correzioni
pag. lin.	
12. 3. $\frac{\overline{m-n}\cdot t}{r} = u$.	$\frac{\overline{m-n}\cdot t}{m+hn} = u$.

Abbandonata perciò questa ipotesi, abbraccieremo l'altra $\partial b=0$, cioè b eg[illegible]

15

Al Nobile Sig. Sig. Pad. Col.mo
Il Sig. Giordano Conte Riccati
Treviso

con un pacchetto
Seg.to sbeno nome.

Errori corsi nella Dissertazione del Sig. Co. Giordano Riccati

pag. lin.	Errori	Correzioni
12. 3.	$\overline{m-n}\cdot t = u \cdot$ / $m+hn$	$\frac{\overline{m-n}\cdot t}{m+hn} = u$
18. 13.	risarisca	risarisce
20. 9.	vero	valo
24. 10.	$\frac{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}\cdot dt}}{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m+hn}}{n}}$	$\frac{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}}\cdot dt}{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m+hn}}{n}}$
25. 15.	$-\log.\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}}\,\vert -u$	$-\log.\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}^2}{n}}\,\vert -u$
31. 3.	$\frac{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn}^2}}{\sqrt{mn-n^2}}$	$\frac{\sqrt{\frac{4}{3}}d\cdot\overline{m+hn}^2}{\sqrt{mn-n^2}}$
31. 5.	$\log.\left(\frac{B^2\cdot\overline{B+u}}{\overline{B+u^2}\cdot\overline{B-u}}\right)$	$\log.\left(\frac{B^2\cdot\overline{B+u}}{\overline{B+u}^2\cdot\overline{B-u}}\right)$
32. 7.	giacché	e giacché
34. 1.	$\left(\frac{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn^2}}}}+1}{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn^2}}}}}\right)$	$\left(\frac{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn}^2}}}\mp 1}{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn}^2}}}}\right)$
35. 1.	$\left(\frac{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}\cdot 3467\frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn^2}}}}+1}{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}\cdot 3467\frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn^2}}}}}\right)$	$\left(\frac{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}\cdot 3467\frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn}^2}}}\mp 1}{c^{\frac{2at\sqrt{mn-n^2}\cdot 3467\frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\overline{m+hn}^2}}}}\right)$
38. 4.	poll. 3,06775	poll. 3,06776
~~38. 10.~~ 43. 9.	$\log.\left(\frac{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}}{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}u^2}\right)$	$\log.\left\vert\frac{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}}{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}-u^2}\right.$
45. 14.	$3n\cdot\frac{\overline{2+5b-\frac{1}{4}d}}{d}$	$3n\cdot\frac{\overline{2+5b-\frac{1}{4}d}}{d}$
47. 7.	$+\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n}}{n}-1,073371R\cdot 3467\frac{2}{3}}$	$+\sqrt{\frac{4}{3}d\cdot\frac{\overline{m-n-1,073371R}}{n}\cdot 3467\frac{2}{3}}$

ecclesiastica.

Ella così adempie le parti di ottimo Padre di famiglia,

All Nobile Sig.r Sig.r Pron Colmo
il Sig.r Conte Leonardo Ximenes
Con un involtino seg.o A B

Firenze

Passando dal semplice al più composto, discendo all'esempio proposto da V.S. Ill.ma. I vertici principali A, V (Fig. 2.) di due parabole Apolloniane ADG, VFG siano collocati nella stessa orizzontale AV. Sia D il primo punto, F il

Sig.r Giacomo Padrone Riverit.mo 45

Degli Atti dell'Accademia di Pietroburgo stampati costì ne ho Tomi VII. Prenderei dunque l'VIII., ed il IX. e finita che ne sia l'impressione.

Le Opere di mio Fratello le ho tutte.

Prenderei volontieri la Storia del Savi di cotesto Studio, cioè i Tomi 2. stampati, ed il terzo, quando si pubblicherà.

Avendo i due primi Tomi della Storia della Musica del P. Martini, farei acquisto del terzo, compiuta che ne sia la stampa.

Accetterei la Storia dell'Accademia Clementina dell'Instituto di Gianpietro Zanotti

Dal Sig. Francesco Zanotti prenderei il Dialogo sopra le forze vive

Bramerei ancora provvedermi delle Instituzioni Analitiche del Sig. Can.co Saladini.

Delle Transazioni Angliche ristampate costì tengo quelle degli anni 1731, 32, 33, 34, 35, 36. Se altri Tomi se ne sono impressi li prenderei in cambio.

Lo Stampatore di Siena ha spedito al Sig. Pezzana di Venezia dodici copie del noto Prodromo a me diretto, ed io di giorno in giorno le sto attendendo.

Prendendosi da me sommo interesse nei vantaggi della stimatissima sua Famiglia, ho udito con piacere i cospicui impieghi militari da Lei procurati al primo, ed al terzo de' Sig.ri suoi Figli, e l'intenzione che ha di mettere in Prelatura il secondo a Roma, se persevererà nella vocazione di abbracciare la vita ecclesiastica. Ella così adempie le parti di ottimo Padre di Famiglia, ed

64

66

ed io non posso salvo che altamente applaudire alla sag-
gia divisione [illegible]

La prego di significare i miei complimenti, e le mie obbli-
zioni al degnissimo Sig.r Ab. [illegible], e cogl' intimi
sentimenti della più viva e cordiale stima mi dichiaro

Di Lei Sig. Giacomo Riveri.mo

Treviso [illegible] Aprile 1780.

N. U. Sig. Giacomo Mariscotti Barselli. Bologna.

Divot.mo ed Obbl.mo Ser.e
Giordano Riccati

passando dal semplice al più composto, discendo alli esempii proposti da V. S. Ill.ma. I vertici principali A, V (Fig. 2.) di due parabole Apolloniane ADG, VFG siano collocati nella stessa orizzontale AV. Sia D il primo punto, F il

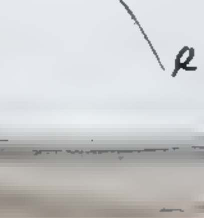
64 [illegible]

[illegible]

passando dal semplice al più composto, discendo all'esempio proposto da V. S. Ill.ma. I vertici principali A, V (Fig. 1.) di due parabole Apolloniane ADG, VFG siano collocati nella stessa orizzontale AV. Sia D il primo punto, F l'ultimo della curva DF, che dal grave si scorra nel minimo tempo, mentre si trasferisce dalla parabola ADG alla VFG, che volgono l'una contro l'altra il convesso, e che si tagliano nel punto G. Per punti D, G, F si menino le verticali DB, GC, FE, e sia AB = a, BD = b, AE = l, EF = m, CG = h, AV = c, CV = g, AC = c-g, KN = d. Dovendo essere nell'ultimo punto F, come ha provato il Sig. de la Grange, $\delta x \delta x + \delta y \delta y = 0$, o sia $\delta l \delta l + \delta m \delta m = 0$, e quindi $-\delta l = AF : \delta m = AQ :: \delta m = OF : \delta l = OP$, ne segue uguagliarsi ad un retto l'angolo QFP, e che per conseguenza la cicloide DFN, e la parabola VFG si intersecano ad angolo retto nel punto F. Divisa EV per metà in X, e congiunta FX, toccherà questa la detta parabola nel punto F, e verrà incontrata ad angolo retto in esso punto dalla cicloide DFN. Per la qual cosa la costruzione della cicloide da me data nella lettera dei 7. Aprile si accomoda al presente problema.

Giusto a quanto ha dimostrato il mentovato Scrittore, deve avverarsi la formola $\delta l - \delta a + \delta m - \delta b \frac{\sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = \delta l - \delta a + \delta m - \delta b . \frac{EX}{EF} = 0$, che deve dividersi nelle due $-\delta l = \delta m . \frac{EX}{EF}$, $\delta a + \delta b . \frac{EX}{EF} = 0$. La prima è costantemente vera, qualunque punto D scelgasi nella parabola ADG, ma non così la seconda, la quale in riguardo al ramo ADG accordasi colla verità nei soli casi, che A sia il primo, ed V l'ultimo punto di una cicloide, il cui diametro AV, e che diventino costanti i valori di a = AC, di b = CG, e perciò si annullino le loro variazioni δa, δb. Quindi anche i triangoli DST, FRQ

fossero



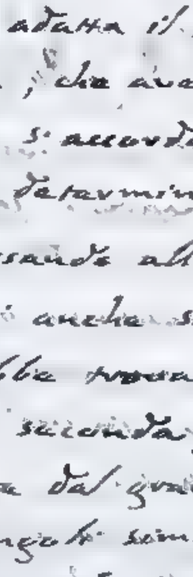
fossero simili, si avrebbe bensì generalmente $\delta a = \delta b \cdot \frac{EX}{EF}$, ma
non già $\delta a + \delta b \cdot \frac{EX}{EF} = 0$, come richiede la formola del nostro
Autore. Si eccettuino le due notate circostanze, cioè quella
punti primo A, ultimo V di una cicloide, il cui diametro AV
nella quale sendo $EF = 0$, $\delta b = 0$, esattamente ritrovasi
$\delta a . EF + \delta b . EX = 0$; e l'altra che le parabole si incontrino nel
punto G, nella quale sendo $\delta a = 0$, $\delta b = 0$, si avvera parimen-
te la formola $\delta a . EF + \delta b . EX = 0$. Dalle cose dette racco-
gliesi, che il calcolo del Sig. de la Grange ci guida alla c
ta soluzion del problema, insegnandoci, che per ottener
che il grave passi dal ramo parabolico ADG all VFG n
tempo minimo, fa d'uopo collocarlo o nel vertice A della p
ma parabola; o nel punto G, in cui si intersecano le due
parabole.

Se il primo punto D (Fig. n.) della curva DF fosse collocato
nel ramo parabolico ADT, che volta il concavo verso il
convesso del ramo VFQ dell'altra parabola, la predetta
curva, di cui ho insegnata la costruzione, si passerebbe
dal grave nel tempo minimo, quando condotta al punto
D della parabola ADT la tangente DY, e fosse la stessa pa-
rallela alla tangente FX condotta al punto F della parab.
VFQ. Ritenute l'altre denominazioni, abbiamo nel no-
stro caso $AB = -a$, $DS = -\delta a$. Il perchè ci si presentano
le due equazioni $-\delta l = \delta m \cdot \frac{EX}{EF}$, $-\delta a = \delta b \cdot \frac{EX}{EF}$: ma se
parallele le tangenti DY, FX, $\frac{EX}{EF} = \frac{AY}{AD}$; dunque $-\delta a : \delta b$
è per conseguenza $-\delta a = DS : \delta b = ST :: AY : AD$, anal
giustissima a cagione della similitudine dei triangoli D
YAD. Sarebbe altresì minimo il tempo, in cui si scorre la
cicloide descritta sul diametro AV; perchè sendo in tal in-
contro $\delta b = 0$; $EF = 0$, si accorda col vero la formola $-\delta a$
$= \delta b \cdot \frac{EX}{EF}$, o sia $-\delta a . EF = \delta b . EX$. I predetti tempi per al-
tro non sarebbero assolutamente minimi; imperciocchè le

parabole

parabole s'incontrerebbero in un punto G, nel quale giungendo il grave, farebbe transito dall'una all'altra parabola nel tempo minimo assolutamente. Aggiungo una riflessione importante. Segnati eguali gli elementi DT, FQ delle due parabole ADT, VFQ, avremo altresì DS = FR, ST = RQ. Il perchè la curva TQ delle variazioni altro non sarà che la cicloide DF trasportata sempre parallela a se stessa da DF in TQ, e perciò l'una e l'altra si scorrerà dal corpo nel medesimo tempo; il che è un manifesto indizio, che la porzione di cicloide DF si passa in un tempo minimo. Considero presentemente l'ipotesi, che i punti primo D (Fig. 3.) ultimo F della curva DNF siano collocati nei due rami parabolici ADT, VFQ, che voltano l'uno contro l'altro il concavo. Si tengano ferme le denominazioni della figura seconda, e si avverta soltanto, che nella Fig. 3. deve anteporsi il segno + a δl, onde si abbiano le due equazioni, che scrivo qui sotto. $\delta l + \delta m \frac{EX}{EF} = 0$, e perciò $\delta l = \delta m \cdot - \frac{EX}{EF}$, o sia $FR = \delta l : RQ = \delta m :: -EX : EF$. Ad EX rettamente si adatta il segno −; perchè la sua direzione è contraria a quella, che aveva nella figura seconda. Questa prima equazione si accorda perfettamente colla verità. La seconda equazione determina $-\delta a - \delta b \cdot \frac{EX}{EF} = 0$, e quindi $-\delta a = \delta b \cdot \frac{EX}{EF}$, e passando all'analogia $-\delta a : \delta b :: EX : EF$. Supposti anche simili i due triangoli LAD, XEF, si dovrebbe trovare $-\delta a : \delta b :: -EX : EF$. È dunque falsa la seconda formula, e perciò la curva DNF non si scorre dal grave nel minimo tempo. Nella detta ipotesi dei triangoli simili LAD, XEF, fatta DS = FR, sarà ST = RQ. S'intenda descritta la curva delle variazioni TPOQ; e pel punto F si tiri FO parallela a DT. La curva TPO altro non è che la cicloide

DNF



DNF trasferita sempre parallela a se stessa nel sito TPO: curve pertanto DNF, TPO si passano in tempi eguali: TPON > TPO; dunque TPON si scorre in tempo maggiore di DNF; il che distrugge l'idea del tempo minimo, che si suppone. Descritta sul diametro AV la cicloide, il grave viaggerebbe per essa in tempo minimo, che sarebbe assolutamente tale rispettivamente ai due rami parabolici ADT, VFQ.

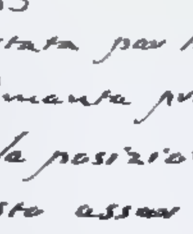
Resta, che si rifletta sul quarto caso, in cui il primo punto D (fig. 4.) della curva DNF è situato nel ramo ADT della parabola, che volge il convesso verso il concavo del ramo VFQ dell'altra parabola, in cui è posto l'ultimo punto F della mentovata curva DNF. Si scorrerà questa nel minimo tempo, quando siano parallele le tangenti DY, FX condotte ai punti D, F delle due parabole. La prima delle due equazioni stabilite dal Sig. de la Grange sarà $\delta l + \delta m \cdot \frac{EX}{EF} = 0$, da cui si raccoglie giustamente l'analogia $FR = \delta l : RQ = \delta m :: - EX : EF$. Essendo nel nostro incontro $AB = a$, $DS = \delta a$, avremo la seconda equazione $\delta a + \delta b \cdot \frac{EX}{EF} = 0$, e perciò $\delta a = \delta b \cdot - \frac{EX}{EF}$, e passando all'analogia $\delta a : \delta b :: - EX : EF$, come in fatti si dee ritrovare. Tagliata $DT = FQ$, e trasferita la cicloide DNF in TPQ, egli è manifesto, che nello scorrerla il grave nell'uno e nell'altro sito c'impiega tempi eguali, che sono minimi per conseguenza. Sarà anche minimo il tempo, in cui si scorre la cicloide descritta sul diametro AV.

Riassumendo la cosa spiegata, e cercando di levare gli equivoci, dico che il grave passa da una parabola all'altra nel tempo, a cui compete l'idea, che i Matematici attribuiscono al minimo, la quale prescrive, che sia $\delta t = 0$, quando

quando tagliando la cicloide DF (fig. 1. 2. 3. 4.) ad angolo retto nel punto F la parabola VFQ, sono parallele le tangenti DY, FX (Figura 4.) condotte ai punti D, F delle parabole ADT, VFQ. Essendo parallele le tangenti menate ai vertici A, V delle due parabole (fig. 1. 2. 3. 4); descritta sopra l'asse AV una cicloide, che ha avuta la cura di segnare nella fig. 3., viaggerà per questa in tempo minimo il corpo grave, ed anche in tal circostanza la cicloide ACV interseca ad angolo retto nel punto V la parabola VFQ. E qui si potrebbe far l'obbiezione, non poter esser minimo il tempo, in cui si scorre la cicloide ACV (fig. 5.); imperciocchè descritto il secondo ramo Nfq della parabola VFQ, taglia esso in f la cicloide AfCV, e certamente il tempo, in cui si passa la porzione Af della mentovata cicloide, è minore di quello, che si impiega a trascorrerla tutta intera. Ella è cosa familiare in Geometria, che per esempio un'ordinata minima sia maggiore di un'altra ordinata, che non è minima. Trasportata per la direzione VA la cicloide ACV nel sito infinitamente prossimo aCv, viaggia per essa il corpo in ambe le posizioni nel medesimo tempo; il che rende manifesto esser minimo il predetto tempo. Se si conduce nel punto f la linea retta fb parallela ad Aa, le due porzioni eguali Af, ab di cicloide si passano in tempi eguali: ma aba è maggiore di ab; dunque il tempo per aba è più lungo del tempo per Af, il che ripugna all'idea del minimo. Collocando il corpo nel punto G (fig. 1. 2.), in cui si incontrano le due parabole ADTG, VFQG, si ha il tempo assolutamente minimo, ed uguale a nulla. In tal stato la cicloide

DFN

5.



92

DFN si ristrigne in un punto, che è G; e quindi si può con verità sostenere, che essa tagli ad angolo retto la parabola VFQG. Quantunque le tangenti delle due parabole con dotte pel punto G non siano parallele; nulladimeno il tempo conserva la proprietà di minimo; perchè sendo, come di sopra è stato da me osservato, $\delta a = \delta b = \delta l = \delta m = 0$, si trova giustamente $\delta t = \delta l - \delta a + \delta m - \frac{\delta b \sqrt{d-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$.

Se da Lei saranno approvati i miei pensamenti, crederò di non essermi ingannato, ed intanto con pienezza di stima, e di rispetto mi sottoscrivo

Di V.S. Ill.ma

Treviso a 4 Aprile 1740.

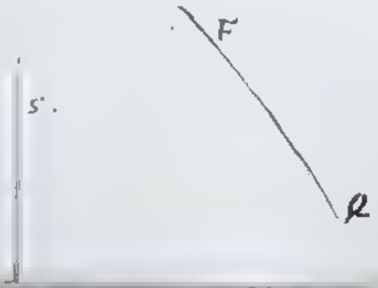
Ill.mo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

o'7

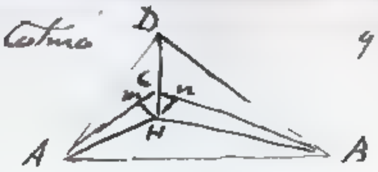
ane
noi
ne'
regresso
i profon e con-
Schéma ile
gra. rni.
pprossi
nal fatto esso'.
esso
vissimo co
e Val ne.
Dubitare. mo
in tali
illustre
onore ku

zai con
ommicchi dottissi-
lava, sesse ole,
gressi
sità,
cimam nta
BCdK un
unito c la
sit oportet, rvata
e
c, nei va
o, Dosso nda
unit utrique n.
figure,
rei a vedi ccade-
eu CN, tanto,
iferiem cui
i esa-
ne avinzione.
= BcM bo, va
la,



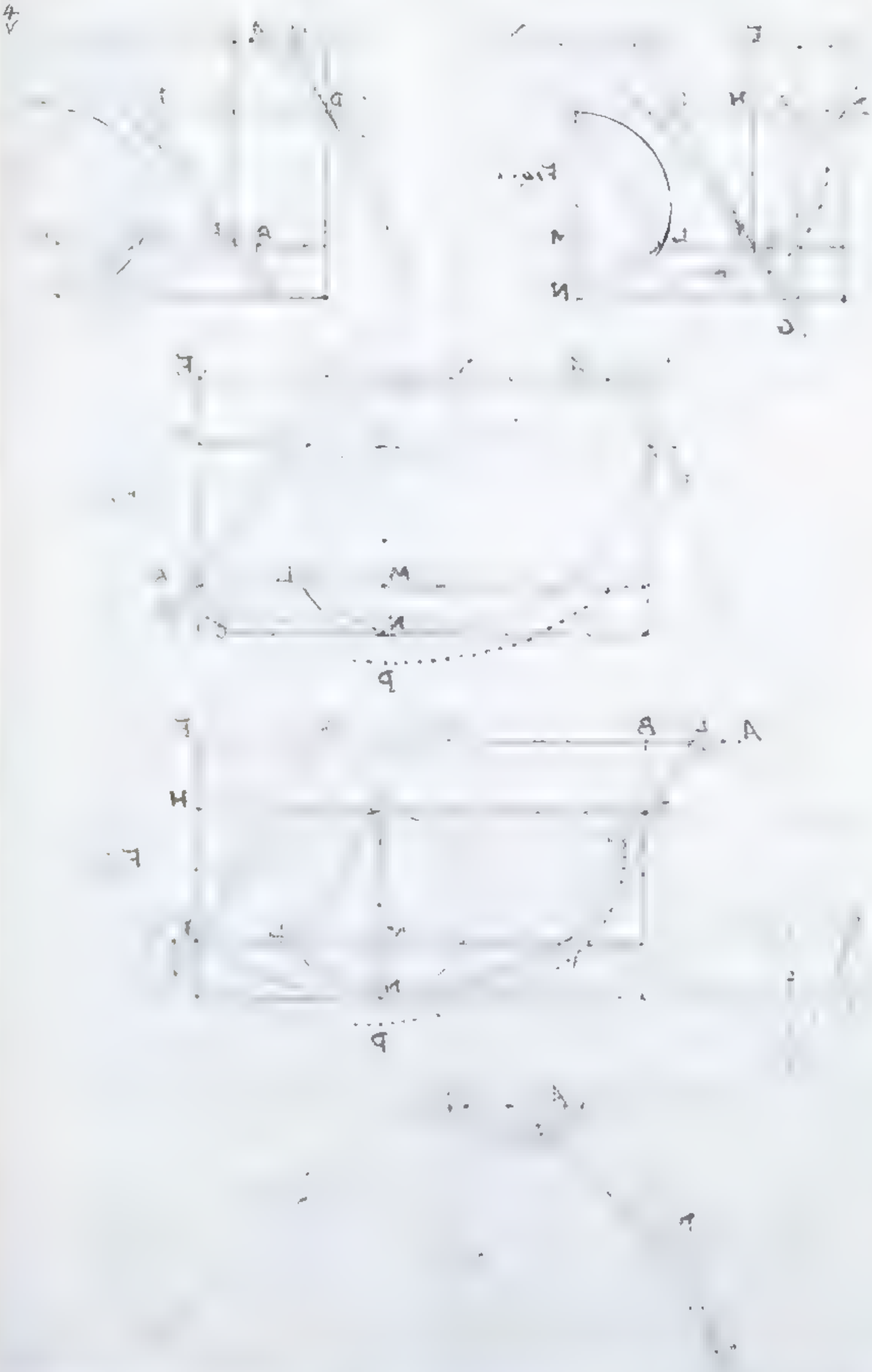
4

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo

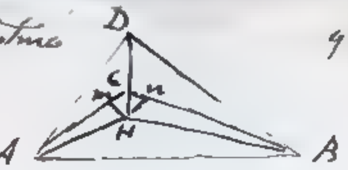


Ella è verissima la proposizione, che supposto il C il punto

94 v



Illma Sigra Sigra Prona Colma



Mi è carissima la proposizione, che supposto C il punto cercato della somma assolutamente minima, per qualunque direzione si concepisca trasferirsi in un sito infinitamente vicino, la somma AC, DC e BC si mantien sempre costante, il che per conseguenza addiviene quando il detto punto si muova per una delle direzioni AC, DC, BC e le stesse frattanto non può affermarsi dalla proposizione conversa; imperciocchè dal conservarsi costante la detta somma, quando il punto C cangia sito per una data direzione, non è permesso il dedurre, che al detto punto corrisponda la somma assolutamente minima AC + DC + BC. Quindi per dimostrare, che C è il punto cercato, egli è di uopo di far vedere, che movendolo infinitamente poco per qualunque direzione, si mantiene costante la somma AC + DC + BC, qualmente io mi sono adoperato nella lettera dei 20. Agosto 1729. La soluzione del problema contenuta nella descritta della sua lettera 21. Aprile coincide colla mia inserita nella citata lettera dei 20. Agosto.

Il Sig. Ab. Giuseppe Calandrelli Prof. di Matematica nel Collegio Romano ha pubblicata una lettera a me diretta sopra la fallacia della Galileana dimostrazione intorno al moto accelerato in ragione degli spazj. Ringraziandolo dell'onore che mi ha fatto, gli ho dimostrato l'assurdo di tale sentenza, valendomi della logaritmica nel modo stesso

... parve già non molto tempo. Se in altre cose potessi servirla, non mi risparmj, ch'io mi farò sempre un pregio di contrassegnarsi quelle servitù e vera stima, con cui, riverendola di essere mi protesto

d'Lei Illa Colma Prona Colma

Um. devmo obblmo servitore
Ciro Antonio Roselli

96

lo stesso da Lei esposto nella sua lettera dei 16. Aprile. Quindi che si proceda con giusto metodo, benchè si battano diverse strade, si manifesta sempre la medesima verità.

Avrò per sommo favore, che Ella mi comunichi la sua sincera opinione in riguardo alla mia Dissertazione del Suono falso. Io sono stato il primo a fissarne, siccome credo, la giusta idea. Quel corpo produce un suono falso, il quale vibrandosi non può accomodarsi a figure bilanciate dotate della proprietà, che ciascuna particola di esso corpo sia unicamente accelerata, o ritardata dalla forza, da cui viene stimolata. Da ciò ne nasce, che le vibrazioni delle particole non sono isocrone, ma dentro certi limiti passano dal grave all'acuto, e dall'acuto al grave, nel che consiste la natura del suono falso. Ella mi conservi la sua buona grazia, e si degni di crederm

Di V. S. Illma

Treviso 21 Maggio 1760.

Divotmo ed Obblmo Servitore
Giordano Riccati

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli. Modena.

5

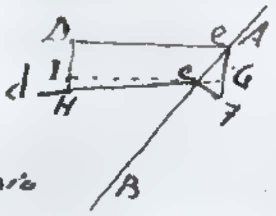
are
noi
ne'
regresso
ai profon- e con-
e dichiaro ile
mi.
are. Quan- approssi-
mai fatto erro
esso
vissima co
e del com- me.
dubitare. mo
in tali
ai illustre
onore su

essi con
ommichi dottissi-
lura, sep- ole,
gregissi
sità,
riman unta
; BLACK un
lla
unito e ovata
sit oportet. es
e, ad eum tra
o, idest nda
unt utrique in
figure,
si avessi accade-
en CN, quanto,
vi
ifferem di esa-
ne avanzare.
= BCM abo, va
la,

... a codesta parte già non
molto tempo. Se in altre cose potessi servirla, non mi risparmi;
ch'io mi farò sempre un pregio di contrassegnarsi quelle servitù,
e vera stima, con cui, riverendola di essere mi protesto
di V. S. Ill.ma e Rev.ma

Um.o dev.mo obblig.mo servitore
Gio. Antonio Roselli

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron Col.mo



ia V.S. Ill.ma ottimamente dando principio
... dal problema più semplice, che con=

Ill.mo Sig. Co.te Sig. Pron Col.mo

Venetia 11 Maggio 40 97

Il mio ritorno a Venetia da costì, quindici giorni sono passati all'incirca, ò immediatamente adempiuto alle commissioni datemi con lettera del Sig. Co.te Franc.o di Collabello: diedi subito allo stesso risposta, pregandolo far a lei sapere, che per diligenze da me usate in presso ne' li negozi Pezzana, nessuno diceva avere potuto avere del consaputo involto a lei diretto. Jeri, perche ricevei la pregiat.ma di lei lettera, mi portai subito nuovamente dal Sig. Ercole Nicolò Pezzana, dove, mentregli letto quanto ella mi commette, ebbi in risposta, che dal Sig. Carli Stampatore di Siena suo Corrispondente stà attendendo da qualche tempo un grosso involto di libri, che suppone ne seguirà in breve l'effetto; e se in quello ritroverà ciò, che a lei spetta, ne darà pronto avviso. Io non tralascierò di ripassare di tratto in tratto al negozio suddetto, e, capitando, lo ricupererò, e gle lo farò tenere costì; e forse anche lo porterò meco, dovendo fare una picciola scorsa a codesta parte fra non molto tempo. Se in altra cosa potessi servirla, non mi risparmi, ch'io mi farò sempre un pregio di contrassegnarle quella servitù e vera stima, con cui, riverendola, di vero cuore mi protesto

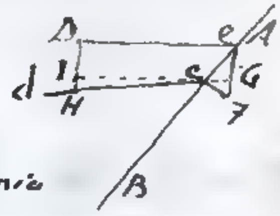
di V.S. Ill.ma Co.te Pron Col.mo

Um.mo dev.mo Obbl.mo Servitore
Ciro Antonio Roselli

40

96

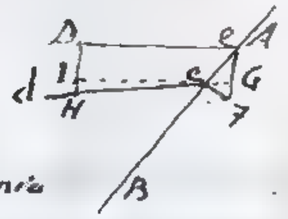
[illegible]



...à V.S. Illma ottimamente dando principio
... dal problema più semplice, che con=

are
poi
ne'
regresso
a con-
rile
mi.
approssi-
ertio
esso
ro
me-
mo
in tali
essi con
dottissi-
bile,
ogressivo
ssità,
anta
con
lle
ovata
e,
gra
nta
in
figure,
Accade-
ntanto,
cui
di esa-
gine.
abo,
elas,

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo



[...]vai V.S. Illma ottimamente dando principio dalla soluzione del problema più semplice, che considerava la linea De non grave connettente due pesi eguali D, e. In questa ipotesi si dà comunicazione di moto dal corpo e al corpo D. Imperciocchè fingasi che i moti dei due corpi siano indipendenti l'uno dall'altro, e che, come da Lei si suppone, la linea De sia collocata in situazione orizzontale. Tirate le due linee minime uguali e verticali DH, e7, si conduca 7e normale al piano inclinato AB. Se i moti dei due corpi sono indipendenti, si troveranno essi nel medesimo istante nei punti H, e. Dal punto e si delinei 7eG parallela, ed eguale a De. Essendo 7H infinitesima, e normale ad 7e, le due linee 7e, He si agguagliano adequatamente, consistendo la loro differenza in una quantità minima del secondo grado, e perciò la linea He cala dalla 7G = De per la misura eG infinitesima del primo grado: ma la distanza De fra i due corpi si suppone invariabile; dunque continuata eH in d, dimodochè sia de = De, ne segue che il corpo e discendendo pel piano inclinato AB, allontana il corpo D dalla verticale DH per lo spazio Hd = Ge, e che per conseguenza si dà comunicazione di moto dal corpo e al corpo D.

[Se]condo il mio parere non è lecito di porre generalmente

$dy = \delta y$

[...] potrà V.S. Illma fissare ciò che le sembri conveniente.

Attendendo sue risposte resto con tutto l'animo

Di V.S. Illma Segovia 13 Maggio 1780 Affmo Servitore

Pietro Giannini

$dy = \delta y$, $dx = \delta x$. Nella lettera dei 7. Aprile ho fatto vedere, che in tal guisa si ristringa il problema, che cerca la cicloide, per cui cominciando dalla quiete, e partendo da un punto dato, perviene il corpo nel minimo tempo ad una linea, che colla orizzontale formi un angolo qualunque, determinandosi il predetto angolo ad essere semiretto.

Se da Lei si farà riflessione alla Fig. 1. della lettera dei 24. Aprile, comprenderà che essendo simili i due triangoli FRQ, FOP, abbiamo $FR : RQ :: FO : OP$

$$-\delta l : \delta m :: dm : dl$$

Se, come mi è permesso, pongo $\delta m = RQ = dm = FO$, trovo generalmente, che $\delta m = dm$ è media proporzionale fra $-\delta l = FR$ e $dl = OP$, proprietà che si concilia con innumerabili proporzioni fra $-\delta l$ e dl; ma se inoltre faccio $-\delta l = dl$, esclusa tutte l'altre mi ristringo alla sola proporzione di egualità. Le circostanze delle Fig. 2. 3. 4. permettono, che possa supporre $\mp \delta l = \mp dl$, $\delta m = dm$.

Egli è vero, che l'equazione $-\delta b \frac{\sqrt{1-2f^2(m-b)}}{\sqrt{2(m-b)}} = 0$ può verificarsi, ove sia $\frac{1}{2f^2} = m-b$, ed ove pongasi $\delta b = 0$. Dalla prima ipotesi ella ne deduce $\frac{c^2+h^2}{h^2} = 1$, e per conseguenza $c = 0$. Avremo dunque il diametro circolare KN = quando sia $AV = c = 0$, dimodochè coincidano le due rette AG, VG, ed i due punti primo D, ultimo F dalla

della brachistocrona nella figura della lettera 21. Aprile. Ma in questa circostanza AD = b = EF = m; dunque KN = m − b = 0. Per la qual cosa il circolo generatore, e la cicloide si ristringono in un punto, che appartenendo alle due rette AG, VG m'insegna, che si passa nel minimo tempo da una retta all'altra considerando lo stesso punto come spettante ad entrambe.

La seconda ipotesi δb = 0 determina b costante. Se le due linee AG, AF fossero parallele, la determinazione della costante b sarebbe puramente arbitraria, e qualunque valore se le assegnasse, si troverebbe sempre la medesima brachistocrona situata soltanto o più in alto, o più abbasso. Ma concorrendo le dette linee nel punto G, resta la costante b determinata, onde s'abbia (Fig. 1.) b = AG = h, (Fig. 2) b = CG = h. Poichè coincidono i due punti D, G, ne risulta DI = 0, ed essendo DI : IK :: Arco KL : Arco LN, sarà anche IK = 0, e quindi si annulleranno e il semidiametro DK della cicloide, ed il diametro KN del circolo generatore. ~~Per la qual cosa~~ Il perchè la brachistocrona DF ristrignerassi in un punto G comune alle due rette AG, VG; e quindi collocato il grave nel punto G, impiega il tempo = 0 a passare da una linea all'altra, il qual tempo è per conseguenza il minimo, che si cerca. La costante b = AG

potrà V. S. Ill.ma fissare ciò che le sembri conveniente.
Attendendo sue risposte resto con tutto l'animo
Di V. S. Ill.ma Segovia 13 Maggio 1781
Aff.mo e Obl.mo Ser.e
Pietro Giannini

$AG = h$ ~~determina necessariamente~~ (fig. 1), $= CG = h$ (fig. 2.) determina necessariamente $EF = m = h$, imperciocchè sendo la cicloide DFN ristretta in un punto, amendue i punti D, F cadono nel punto G.
Della brachistocrona fra due parabole ne ho diffusamente trattato nella lettera dei 28. Aprile, e crederò di aver colpito nel segno, se la mia soluzione averà ottenuta la sua approvazione. Mi conservi la sua buona grazia, e mi creda

Di V. S. Ill.ma

Trevisi 12. Maggio 1760

Divot.mo Obbl.mo Servitor ver.
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Gianfrancesco
de' Malfatti. Ferrara

potrà V. Ill.ma fissare ciò che le sembri conveniente.
Attendendo sue risposte resto con tutto l'animo

Di V. Ill.ma Segovia 13 Maggio 1780

Aff.mo servid.re
Pietro Giannini

potrà V. S. Ill.ma fissare ciò che le sembri conveniente.
Attendendo sue risposte resto con tutto l'animo
Di V. S. Ill.ma Segovia 13 Maggio 1780 Aff.mo servo ed A.co
Pietro Giannini

E r

enor

te.

del

nero

ero

ogne

ill

e ta

orev

la p

otte

nell

otti

Att

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron.e Col.mo

È moltissimo tempo, che non ricevo lettere di V. Ill.ma e non vorrei che ciò avesse dipeso da mancanza di salute. Io sto bene ma con gran sentimento della morte del Conte Gazola di Piacenza, che era Direttore Generale dell'Artiglieria di questo Regno, e per il quale ero stato fatto venire quà. Per la mancanza di detto soggetto si muterà tutto il sistema, e regolarmente sarò io uno dei primi ad essere compreso nella Riforma, e tanto più per non essere Nazionale. Adunque per prevenire il colpo, e per abbandonare questo ingrato Clima, la prego d'impegnare i suoi Amici di Venezia, acciò ottenga una delle Cattedre di Mattematica o di Filosofia nella Università di Padova. Rapporto allo stipendio, potrà V. Ill.ma fissare ciò che le sembri conveniente. Attendendo sue risposte resto con tutto l'animo

Di V. Ill.ma

Segovia 13 Maggio 1780

Aff.mo serv.e ed A.
Pietro Giannini

La Dissertazione di V. S. Ill.ma sopra il nono falso non può essere nè più profon-
da, nè più chiara, e metodica quanto alla parte matematica, e però io mi dichiaro
ola a meditare. Quan
chè non ho mai fatto
ora sia chiarissima,
unicamente del
è pertanto dubitare,
è sempre più illustre,
, e prendo l'onore, che

za, che le comunichi
a alcun'altra, sep.

trahens minimam
ad, DC ad H, BC ad K
sumpto quovis puncto c
mmae nulla sit oportet,
Dc, Bc, Ac, ac dein
Cm – Cn = o, datis
in m, n, erunt utique
le piu' tempi avessi
descripsi arcus CN,
dividere bifariam

opo ne avin
s f, cor
anni = BcM

rare
poi
ne'
regresso
a con-
ri le
oni.
approssi
verso
e esso
po
ne
mo
in tal
esi con
dottissi-
bole,
ogressive
osità,
tanta
un
lla
rovata
be
Ora
arda
in
figure
Accade-
Intanto,
cui
di esa-
dire.
dabo,
ela,

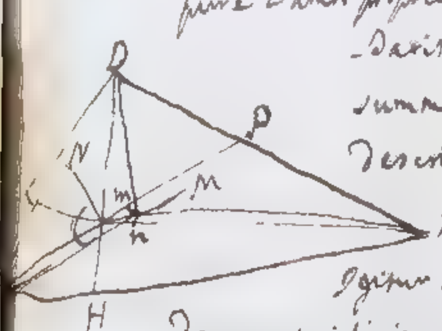
All'Ill.mo Sig: Sig: Prone Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Treviso

2

La Dissertazione di V. S. Illma sopra il suono falso non può essere nè più profonda nè più chiara, e metodica quanto alla parte matematica, e però io mi dichiaro d'avere imparato moltissimo e più spero d'imparare tornandola a meditare. Quanto alla parte fisica, comunque io non sia buon giudice perchè non ho mai fatto studio sopra questa teoria, pure mi sembra, che la sua scoperta sia sicurissima, perchè la differenza del suono giusto dalle acute dipende unicamente dal tempo delle oscillazioni delle minime particelle, del che non pare possasi dubitare. Onde mi congratulo con esso Lei, che con questa si renderà sempre più illustre il merito della famiglia Riccati in questo scibile ingegnoso, e quindi l'onore e la gloria e sorte d'Italia.

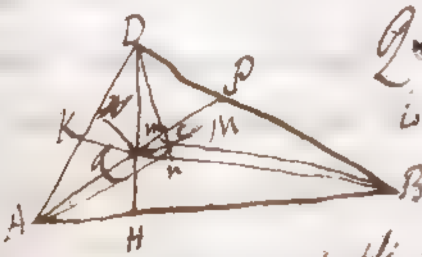
Poichè tanto si è parlato del problema di Fermat, Ella mi dia licenza, che le comunichi una mia soluzione, la qual non credo, che in semplicità ceda a veruna altra, se pure l'amor proprio non m'inganna.



Datis tribus punctis A, D, B invenire aliud C praebens minimam summam $AC+DC+BC$. Producatur AC ad P, DC ad H, BC ad K. Describatur arcus CM, cujus radius DC. Sumpto quovis puncto c infinite proximo differentia minimae summae nulla sit oportet. Igitur si illud sumatur in arcu CM, ducanturque Dc, Bc, Ac, ac deinde arcus infinite exigui cm, cn quorum radii Bc, Ac, erit $Cm - Cn = 0$, adeoque $Cm = Cn$. Quoniam vero triangula Cmc, Cnc sunt rectangula in m, n, erunt utique aequalia quoad omnia, ac proinde aequales anguli mCc, nCc, qui dempti a rectis DCc, HCc relinquunt aequales DCP, BCH. Haud secus describendo arcum CN, cujus radius AC demonstrabitur ejus tangentem in puncto C dividere bifariam

angulum DCn aeque hinc angulos DCP, ACK aequales esse. Igitur quoniam angu[li]
DCP, BCH, ACK sunt aequales cum inter se, tum angulis ACH, DCK, BCP ex ad[verso]
oppositis; punctum C probens minimam summam AC + BC + DC ibi erit, ubi si[ngulae]
ex his lineis productae bisecant angulos oppositos, qui proinde erunt omnes aequales

Q. E. D.



Questa mi sembra più semplice della soluzione Frisiana, [ne]
io non ho bisogno di far muovere il punto C per tre direzioni
per due differenti; poi non mi è necessario produrre q[ue]
quelli per facilitare la dimostrazione. Contuttociò crederei debi[to]
il cavarmi di questa bagatella, quantunque propriamente parlando io non l'abbia app[rofondita]
da vero. Resto [illegible] con [illegible]

DOV. Illma

Modena 16 Maggio 1783

Umiliss.mo e Devot.mo Servo
Giuseppe Contarelli

rare
poi
ne'
regresso
a con-
ri le
oni.
approssi-
verrò
e esso
po
ve,
mo
in tali

esi con
dottissi-
bole,
ogressivo
osità,
anta
un
lla
rovata
re,
ra
urda
in
figure,
Accade-
ntanto,
cui
di esa-
ne avviene
aire.
abo, va
ela,

vicino. Condotta la linea BE, taglierà essa, se fa di uopo continuata, l'elisse nel punto f. Tirate le rette Af, Df, coi

cauti

BcM

5

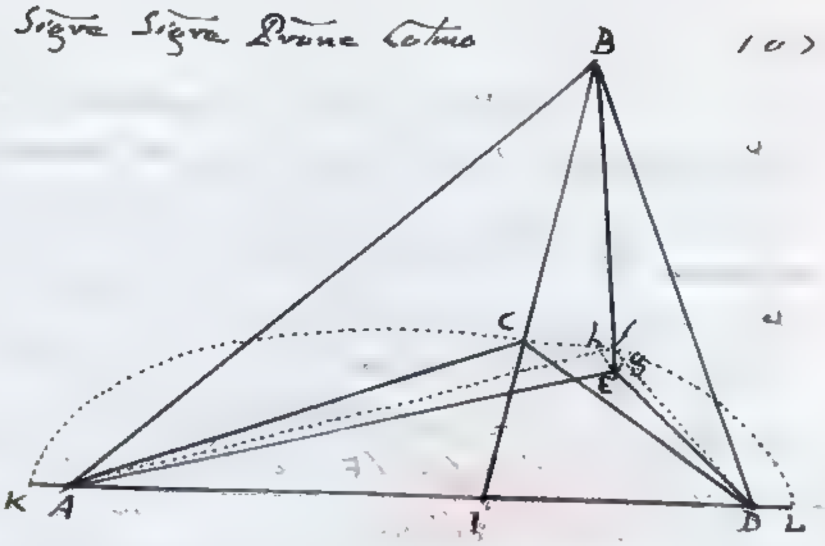
Al Nobile Sig.r e Pron Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

[illegible] per Treviso

Z

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 107



Elegantissima è la sua soluzione del problema del Sig. di Fermat; tuttavia potrebbe qualcuno dubitare, che essa non determinasse il minimo assoluto, cangiandosi il sito del punto C per direzioni date normali a BC, AC, DC.

Io dunque sostituirei la soluzione seguente.

Corrisponda al punto C la minima somma $AC + AC + DC$. Coi fochi A, D si intenda descritta l'elisse KCfL, che passi pel punto C. Se questo è il punto cercato, trasferendolo nel sito f infinitamente prossimo dell'elisse, sarà $AC + DC + BC = Af + Df + Bf$: ma per la natura della nostra curva $AC + DC = Af + Df$; dunque $BC = Af$, il che necessariamente richiede, che sia retto l'angolo BCf.

Il perchè il punto C si dee talmente determinare, che la retta BC sia normale all'elisse KCfL, e che per la nota proprietà di questa curva partisca per metà l'angolo ACD, di modo che siano eguali gli angoli ACI, DCI.

E poichè adeguatamente si eguagliano gli angoli ACD, AfD, e le linee BC, Bf sono parallele, anche Bf continuata in E dividerà egualmente l'angolo AfD.

Trasporti il punto C nel sito qualunque E infinitamente vicino. Condotta la linea BE, taglierà essa, se fa di uopo continuata, l'elisse nel punto f. Tirate le rette Af, Df, coi

centri

centri A, D si descrivano gli archetti Eh, Eg. Si agguaglian
i due triangoli Ehf, Egf, perché hanno gli angoli retti
in h, g, gli angoli Efh, Efg uguali, e il lato Ef comune.
Averemo dunque hf = gf: ma se C è il punto cercato, essen
do AC + DC + BC = AE + DE + BE, e giacché AC + DC
= Af + Df = AE + hf + DE + gf, e BE = Bf + fE = BC + fE
ne segue essere AE + hf + DE + gf + BC = AE + DE + BC + fE
e quindi hf + gf = fE, e finalmente 2hf = fE, avendo
provato essere hf = gf. Circoscritto un circolo intorno il
quadrilatero Ehfg, Ef è il suo diametro, e le corde
hf, gf si agguagliano al raggio, e perciò ciascuno degli
angoli Efh, Efg pareggia g.ti 60, e l'angolo hfg = AC
g.ti 120. Ora essendo ACI = DCI = g.ti 60, agevolmente
si inferisce dover essere uguali gli angoli ACD, ACB,
DCB ciascuno di g.ti 120, acciocché si ottenga la mini
somma AC + DC + BC; il che &c.

La benigna sua approvazione della mia Dissertazione sopra
il Suono falso mi conforta di non aver impiegate inutil
mente le mie fatiche.

Ho ricevuto avviso dal Sig.r Gianfrancesco de' Malfatti, che
per un Cavaliere suo amico ha spedito al Sig. Ab. Tirab
una mia Dissertazione, in cui esamino il Sistema Mu
di M. Rameau. La prego dunque ad interrogarlo se gli
l'ha recata, non avendo ancora sopra di ciò alcun riscon
Suppongo che quanto prima usciranno il Tomo VIII. del Sig
Ab. Tiraboschi, ed il Tomo XIX. di cotesto Giornale.
Ed al solito rispettosamente mi confermo

Di V. S. Ill.ma

Treviso a 61. Maggio 1760

Umil.mo Divot.mo Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli
Modena

rare
poi
ne'
regresso
a con-
ri le
oni.
approssi-
verso
e esso
B .... so
....ue.
io assolu.... imo
in tali
erminate
co' subite
somma ..... essi con
dottissi-
di è un ..... bole,
ma cognos.... ogressivo
ssità
si Tirib... anta
nti. ..... un
lla
i rileva ..... rovata
manier.... ue
ra
nostri ..... unda
descrivo ..... in.
figure,
ille .... Accade-
...+DC = ... ntanto,
cui
DC, AL+ ..... di esa-
ne avvien ..... sire.
dabo,
= BcM ..... ela, ... va

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo

Per mezzo del Sig. Abate Marelli gli ho spedito il tomo 4° della Raccolta di Opuscoli, in cui Ella vedrà che l'ho servita, collocando in fondo quelle correzioni, che V.S. Ill.ma mi ha mandate. Ella giudichi il buon genio di servirla in tutto ciò, che da me dipende; mentre pieno di vera stima e di ossequio passo a protestarmi

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 23 Maggio 1780

Dev.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Coleti

$AC + BC + DC$; e quindi $Cc = ch + cq$; ma poichè $DC = Dc$, $AC + BC = Ac + Bc$, e però $Ch = Cm$; dunque i triangoli CmC, Cmc avendo la stessa ipotenusa sono eguali, e quindi l'angolo $AcC = BCc = BcM$

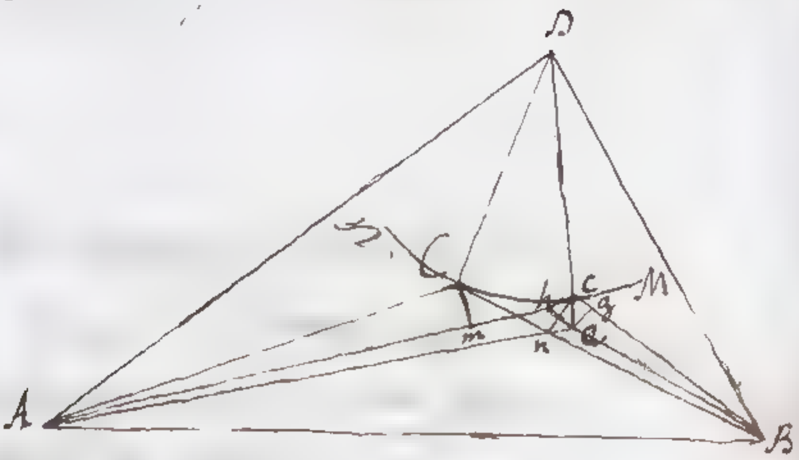
vare
poi
ne'
regresso
a con-
ri le
oni.
approssi-
verto
a esso

B zo
ve.
ino
io esseln in tali
irezion erminate
eguali no debito
nessi con
a somma dottissi-
di è uni bole,
ene copra ogressivo
ssità
si tirk tanta
nè. un
lla
e relativa rovata
maniera. be.
Ora
nelli arda
descrivo in
figure
, [illegible] Accade-
c+Bc = Intanto,
di cui

$Al + Bl + Dl$; e quindi $lc = ch + cg$; ma poichè $DC = Dc$, $Al +$ di esa-
$BC = Ac + Bc$, e però $Cn = cm$; dunque i triangoli Cmc, Cnc avendo gine.
i la stessa ipotenusa sono eguali, e quindi l'angolo $AcC = BCc = BcM$ dabo, va
uela,

All'Ill.mo Sig.r Sig.r Pat.n Col.mo
Il Sig. Giordano Conte Riccati
Treviso

Illmo ... Sig. Pron. Colmo



Io non credo che alcuno possa dimostrare che la mia soluzione non dia il minimo assoluto; perchè se supposta la somma costante in due delle direzioni determinate si trova, che i tre angoli debbono essere necessariamente eguali, che può dubitarsi, che non debba mantenersi una tale egualità supposta la medesima somma costante in tutte quante le direzioni universalmente? Il punto, che dà gli angoli uguali è uno; e per conseguenza inferisco legittimamente, che quel punto, che mi dà la somma costante in due determinate direzioni mi dà la somma costante in qualsiasi direzione, e l'inferisco con evidenza, perchè non posso concepirlo diversamente.

Benchè adoperando l'elisse sembri, e sia infatti più spedita la soluzione recata da V. S. Illma, contuttociò io però fo uso del circolo nella seguente maniera. Sia C il punto cercato. Preso un altro qualsivoglia punto e infinitamente prossimo dev'essere $DC + AC + BC = Ae + De + Be$; ma descritto un arco NCM dal raggio DC, che taglia la De nel punto c, dovrà essere parimente $AC + BC + DC = Ac + Bc + Dc$: dunque $Ac + Bc + Dc = Ae + Be + De$; e quindi $ec = ch + cq$; ma poichè $DC = Dc$, $AC + BC = Ac + Bc$, e però $Cn = Cm$; dunque i triangoli Cme, Cne aventi la stessa ipotenusa sono eguali, e quindi l'angolo $ACc = BCc = BcM$

Dunque l'angolo ACB è bisecato dalla DC, e quindi i triangoli rettan[illegible] (normale all'arco CM)
lhc, lgc eguali, e però eguali hc, gc, e finalmente hc = gc = [illegible]
e perchè potendosi circoscrivere al quadrilatero lhcg un circolo, el rag[illegible]
lc, l'angolo hcg formato dalle due corde eguali al raggio sarà di 120°; [illegible]
quel gl'altri due angoli ACD + BCD = ACD + BCD = 240° [illegible]
pure sono fra loro eguali, perchè l'angolo ACB è bisecato dalla DC; [illegible]
gli angoli suoi e tre saranno eguali;

Il Sig.r March.e Tosoni ha ricevuto la sua Osservazione e mi assicura di averla [illegible]
ricevuta con sua lettera, la quale bisogna dire che siasi perduta. Il Tomo [illegible]
del Sig. Ab. Tiraboschi, e il Tomo 19.° del Giornale sono già alla luce da [illegible]
tempo. Il Rev.mo Sig. Ab. Tosini corrispondendo per mio mezzo i suoi compli[illegible]
mi ha detto inoltre, che la memoria sua Dissertazione non potrà essere stam[illegible]
che nel Tomo 21.° Resto sempre con profondo ossequio

Di V. S. Ill.ma

Modena 30 Maggio 1780

Umil.mo e Devot.mo Ser.
Giuseppe Contarelli

vare
poi
ne
regresso
a con-
ri le
ioni.
approssi-
verso
a esso
po
ve
imo
in tali

nessi con
dottissi-
bole,
progressivo
sità,
tanta
un
lica
trovata
be
Ora
arda
in
figure,
Accade-
intanto,
i cui
di esa-
time.
dabo, va
ela,

5

Al [illegible] Ill.re Sig.r Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

[illegible] Treviso

Dal Sig. Sebastiano Coleti ho ricevuto il Tomo IV. della bella Raccolta di V.S. Illma, per cui le porgo i ben dovuti ringraziamenti. Mi ha usato egli la pulitezza di farmi tenere la mia Dissertazione prima che fosse pubblicato il Tomo, acciocché notassi gli errori, che fossero corsi, la correzione dei quali ha fatto stampare alla fine del Tomo. Ho trovato molto interessanti gli Opuscoli, che lo compongono, e specialmente quello del Sig. Giambatista Manzoni. È bello ancora l'Elogio del Castiglioni, il quale per altro inclina alla maniera degli Elogj francesi.
Tengo quattro Opuscoli del Sig. Arcidiacono Co. di Tagnano, che egli desidera che siano pubblicati, e dei quali inserisco la nota. Gli esibisco dunque alla sua Raccolta, e quando Ella gli accetti, che ben lo meritano, mi prescriverà se devo spedirli a Lei, ovvero al Sig. Coleti. E rinnovandole gli attestati del mio dovere, e della costante mia stima, con pieno rispetto mi dichiaro

Di V.S. Illma

Treviso 2. Giugno 1760

Illmo Sig. Ab. Antonio Maloni
Ferrara

Divotmo Obblmo Servitore
Giordano Riccati

...volle pagarci, e quegli ...
in confidenza. Egli si è riservato gli Associati Veneti; se ciò non...
...le avrei mandato una di quelle copie che regala a' suoi,
...sono 30. Scusi per l'amor del Cielo. Sono pieno di rispetto
di V.S. Illma Ferr.a 6. Giugno 1760

Umo Dev.mo Obbl.mo Servo
Anni Maloni

acane
ti poi
, ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
r approssi-
, verso
da esso
ppo
ove,
cimo
in tali

nessi con
dottissi-
bole,
progressivo
sità
tanta
un
lla
trovata
be,
Ora
arda
in
figure,
Accade-
intanto,
di cui
di esa-
ra sine,
o indabo,
rmela,

... volle pagare, e quegli ... gli Associati Cleneri; se ciò non...
confidenza. Egli si è riservato gli Associati Cleneri; se ciò non ...
le le avrei mandato una di quelle copie che regalò a me,
e sono 30. Scusi per l'amor del Cielo. Sono pieno di rispetto

V. S. Ill.ma Pad.n Col.mo ... Giugno 1760

U.mo Dev.mo Obb.mo Servo
Augusto Melani

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo 117

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo 115

mandi pur subito i 4. Opuscoli del Sig.r Conte di Fagnano.
lendo le possibili Grazie. Mandi a me diretto il picchetto:
ia poi una sopracoperta diretta al Sig.r Coletti: l'ho già
viato: io debbo capitare da Lei sulla fine della settimana
entura.
letti fece quanto gli prescrissi nel mandarle la sua Risposta:
on da correggere, e lo dovea fare, secondo i miei ordini,
ani di stamparla, non mandarla a me senza l'originale,
er cui nè l'hai fatti, nè io ci potessimo cavar i piedi.
quini tre Tomi della mia Placidea io li regalai a Lei, e a tutti
sseroni, ed Autori, perchè l'interesse era mio. Ma Coletti
me la intende? Ella sa cosa sono i Stampatori, e molto più,
detto per la pura verità, i Stampatori di Venezia: Coletti è un-
mo onorato, Coletti è fuor della regola, Coletti è polito; ma
nteresse domina in oggi, ed io grazie al Cielo ne sono esente.
ivò a Venezia con bella maniera cosa dice. S'Egli non
la, io non parlo, e lasciam correre; ma so che per l'Abbate
nzoni a cui io regalava i Tomi, voleva esser pagato. Egli
n volle pagare, e quegli non gli mandò il 4.° Tomo. Ciò le dico
confidenza. Egli si è riservato gli Associati Veneti; se ciò non-
te le avrei mandato una di quelle copie che regala a me,
e sono 130. Scusi per l'amor del Cielo. Sono pieno di rispetto
V. S. Ill.ma Pesar.o 20 Giugno 1761

Ill.mo Dev.mo Obb.mo Serv.re
Anni: Olivieri

acare
ri poi
, ne'
di regresso
na con-
evi le
zioni.
l. r approssi-
, verso
a: da esso
ppo
de vve.
simo
ti in tali

nessi con
'dottissi-
rai bole,
to rogressivo
acevo, ssità,
l: tanta
ni un
lla
rovata
oe
Ora
arda
zel in
figure,
glo Accade-
ntanto,
di cui
in di esa-
za cine.
o indabo, va
rmela,

All'Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati
Venezia franca per
Treviso

Le spedisco i quattro Opuscoli del Sig. Conte di Fagnano dirigendoli con una sopracoperta al Sig. Calati. Io ho creduto, che per ordine di Lei il Sig. Calati mi abbia mandato in dono il quarto Tomo, non avendo= mene richiesto il prezzo. Se egli diversamente la sente, si esprimerà. Presentemente copio quattro Dissertazioni, che potranno servire per gli altrettanti primestri dell'anno venturo. Trattano esse del moto di un corpo discendente lungo un lato retto di un trian= golo materiale, che può camminare liberamente sopra un piano parallelo, o inclinato all'orizzonte. Ne ho trascritte tre, e rimane soltanto la quarta, che è più lunga dell'altre, perchè suppone grave oltre il corpo ancora il triangolo. Averò piacere, che Ella, ed il Sig. Malfatti mi significhino la loro riputata opinione. Io posso dire, che mi hanno costato lungo studio, e molta fatica. Ella mi conservi la sua pregiatissima grazia, e si degni di credermi

Di V.S. Illma

Treviso 15. Giugno 1740.

Illmo Sig.r Ab. Antonio Maloni
Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

sertazione sopra i [illegible] ~~e dalla sua gravità~~ o ritardatrici provenienti dalla inerzia della materia, nella quale provo, che la resistenza assoluta sta costan= temente come il quadrato della velocità.

acare
ti poi
ne'
di regresso
na con-
evi le
zioni.
l r approssi-
verso
n: da esso
ppo
de uve.
cimo
di in tali
nessi con
dottissi-
mi bole,
to rogressivo
osità,
l: tanta
vis un
lla
trovata
be
Ora
arda
el in
figure,
gli Accade-
Intanto,
di cui
di esa-
za dire-
andabo, va
rmela,

servazione sopra i due [illegible] ~~e dalla sua gravità~~
o ritardatrici provenienti dalla inerzia della materia,
nella quale provo, che la resistanza assoluta sta costan=
temente come il quadrato della velocità.

Eccellenza

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo 119

La soluzione di V.S. Ill.ma, adoprato il circolo, ottimamente procede.

Ho piacere che al Sig. Ab. Frisi sia pervenuta la mia Dissertazione, in cui esamino il Sistema Musico di M. Rameau. La sua risposta si è certamente perduta, non avendola io ricevuta. Per qualche opportuna occasione gli spedirò altre due Dissertazioni, nelle quali pongo ad esame i Sistemi Musici del Sig. Giuseppe Tartini, e del P. M. Vallotti. ~~Avrei piacere~~ Bramerei che questi tre Opuscoli fossero stampati in tre Tomi consecutivi 21. 22. 23.

Nel Tomo quarto della Raccolta di Opuscoli compilata dal Sig. Ab. Mandelli è uscita una mia Dissertazione, in cui tratto Del moto di discesa, o di ascendimento dei corpi solidi immersi ne' mezzi fluidi. Se la stessa incontrerà il suo benigno compatimento, mi lusingherò di avere sparso qualche lume su questa astrusa teorica. Nel Tomo quinto si leggerà un'altra Dissertazione sopra i due generi di resistenza assoluta, ~~e della sua quantità~~ o ritardatrici provenienti dalla inerzia della materia, nella quale provo, che la resistenza assoluta sta esattamente come il quadrato della velocità.

La supplico de' miei complimenti ai Sig.ri Ab.ti Troili, e Tiraboschi, il di cui Tomo VIII. mi metterò quanto prima a leggere colla solita gustosissima avidità. Mi conservi la sua pregiatissima grazia, e si degni di credermi

Di V. S. Illma

Treviso 16. Giugno 1780.

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli
Modena.

Umil.mo Div.mo Servitore
Giordano Riccati

acare
ti poi
, ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
l approssi
, verso
n: da esso
ppo
ove,
de cimo
di in tali
nesi con
dottissi-
mi bole,
to rogresivo
osità
l: tanta
nis un
lia
trovata
be
Ora
arda
in
figure,
gli Accade-
intanto,
di cui
à di esa-
enza fine.
andabo, va
armela,

Eccellenza

Sono stato assente qualche giorno dalla Città e nel ritorno trovo la Stimatma: dell'E: V: dalla quale sento che ancora non sieno in suo potere le coppie Prodromo da tanto tempo speditele per mezzo di Erede di Niccolò Pezzana di Venezia, e in questo corso di posta riscrivo a detto Signore con premura sperando già tutto in di lei potere.

Ingiunto le rimetto un manifesto di un opera che attualmente è sotto i torchi e che a giorni darò fuori il pmo: volume. Mi sarà tanto grato se con il suo efficacie mezzo potrò avere qualche associato, mentre pieno del più profondo rispetto passo a dichiararmi.

Dell'E: V:ª

Siena 16 Giugno 1780

Umilmo: Dmo: Obmo: Servo:
Vincenzo Lazzini Carli e Sigli

acare
ti poi
ne'
di regresso
na con-
avi le
zioni.
r approssi-
verso
la esso
ppo
vve
simo
in tali

nessi con
dottissi-
bole,
rogressivo
versità
tanta
un
lla
trovata
be
Ora
anda
in
figure,
Accade-
intanto,
di cui
di esa-
nza fine.
andato,
armela,

sono i miei figliuoli in covri opere, che fu per loro di
anche giovamento; dove questo morino è stato ancora a vedere
attraversare la compra che aveva fatto di un feudo, [illegible]
quella sua di, onde vi ho veduto per buttarlo in terra. Giava [illegible]

4

A Sua Eccellenza
Il Sig.^(re) Conte Giordano Riccati

Venezia p.

Treviso

2

Ill.mo Sig.r Sig.r P.ron Col.mo 125 157

Sig.r Conte Stinco 123

...uo a recarle l'incomodo di questa mia per le premure che mi fa
il Sig.r Ernesto Malvagia, e le compagne ... che fin'ora non sono
... Se dunque la Contea sua volesse dare un po' di moto alla
spedizione de' med.i mi parebbe cosa graziosissima, e aggiungerei que-
sto all'altre moltissime obbligazioni che le professo.
...l suo affare con questo della Volpe ho parlato per ben più d'una
volta a questo S.r Pedrilla, e gliene ho fatta molta premura;
perché io V. S. ho la stessa di parlare a dirittura con quella ...
... della Volpe. Che il Pedrilla mi ha promesso tutta la
sua occasione, ma ella dee sapere qual uomo sia questo della
Volpe per non meravigliarsi di questa lunghezza.
In questa occasione non voglio lasciare di darle una non già spe-
... alla mia famiglia, giacché ho tante riprove della
cordialità sua verso di me ereditata dalla ch. me. del celeb-
... suo fratello; questa è dunque che da N. S. son stato
...ichiarato Marchese con tutta la mia discendenza. Ho creduto
di dover procurare questo titolo come l'importante che porta
... a miei figliuoli in loro ... , che sono ... loro di
... giovamento; ... questo motivo è stato ancora il vedere
... ... la compra che mia fatta di un Feudo, e dunque
... Feudi, onde V. S. ha veduto esser baciato in tutto. Giacché

avare
ti poi
ne
di regresso
na con-
eri le
zioni.
approssi-
verso
da esso
...ppo
...ove
...imo
in tali
nesi con
dottissi-
bile,
rogresso
...sità
tanta
un
...lla
trovata
...e
Ora
anda
in
figure,
Accade-
Intanto,
di cui
à di esa-
...nza aixe.
andabo, va
...armela,

ciò per un argomento della persuasione mia della sua amo-
revolezza verso di me, e mi creda pieno di una infinita ...
za, obbligo e stima

di Lei Sig.r Canonico Stim.o

Bologna 10 Giugno 1780

Devmo ed Obblmo Se...

Giac.o Marzocchi Bosell...

Ill.mo: Sig.r: Sig.r: Prõn Colmo 125 167

acare
ti poi
ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
approssi-
verso
da esso
ppo
ove,
cimo
in tali

nesi con
dottissi-
bole,
rogressivo
ssità,
tanta
un
lla
rovata
te
Ora
anda
in
figure,
Accade-
ntanto,
di cui
tà di esa-
nza circ.
andabo, va
armela,

Al nobil Uomo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia

Treviso

BB

Ho ricevuto l'Involto cogli Opuscoli del Sig.r Conte di Fagnano, de' quali rendo distinte grazie a V. S. Ill.ma, e saranno questi di tratto in tratto inseriti nella Raccolta.

Ho comunicato il di Lei pensiero sui divisati argomenti al Sig.r Malfatti che la ringrazia, e le porge i suoi più vivi cordiali saluti, e al Sig.r D.r Bonati, i quali approvano moltissimo le sue idee, aspettando io con essi l'adempimento delle sue dotte fatiche che saranno di onore a Lei, all'Italia, e alla mia Raccolta.

Scrivo in questo stesso corso di Posta al Sig.r Arcidiacono Fagnano, e gli rescriverò ancora nel Mese venturo colla occasione che si porta a Sinigaglia una Donna civile di quella Città che trovasi al mio servigio, e va nel venturo Mese a vivere con la di Lei Madre maritata colà in un signore.

V. S. Ill.ma mi continui l'onore della sua grazia, mi ami, mi comandi, mi creda con pienezza di vera stima, e rispetto

Di V. S. Ill.ma

Ferrara 21. Giugno 1760

Dev.mo Obbl.mo Servidore

Antonio Meleni

desiderio di poterla servire, mi dichiaro costantemente

Di V. S. Ill.ma

Treviso 23. Giugno 1760

Sig. Pietro Giannini

Segoria.

Aff.mo Servitore ed Am.co

Giordano Riccati

acare
ri poi
ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
r approssi-
verso
da esso
ppo
ove.
simo
in tali
ua
anzi.
Padva
mesi con
dottissi-
bole,
progressivo
rsità,
tanta
un
lla
rovata
e
Ora
arda
in
figure,
Accade-
Intanto,
di cui
tà di esa-
enza circ.
mandato; ove
darmela,

desiderio di [illegible] mi dichiaro costante-
mente

Di V. S. Ill.ma

Trevisio a 3. Giugno 1760

Sig. Pietro Giannini
Segovia.

Aff.mo Servitore ed Am.co
Giordano Riccati

All'Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Colmo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia franca per ~~Venezia~~

Treviso

Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo

Ho inteso con dispiacere la morte del Co. Garzola di Piacenza Direttore Generale dell'Artiglieria di cotesto Regno, perchè in esso è mancato a V.S. Illma il sostegno. Tuttavia mi giova sperare, che abbiano bisogno di Lei, su cui perciò non cadera la riforma, essendo persuaso, che costì sia molto scarso il numero dei Matematici. Presentemente in Padova non è vacante veruna Cattedra di Matematica, o di Filosofia. Posso dunque soltanto mettere in buona vista la sua Persona al Sig. Procuratore Tron, che è della classe dei Riformatori dello Università, il quale ha fatto ottenere la Cattedra di Analisi ad un altro mio Amico. Intanto essendo ella Suddito del Granduca di Toscana, potrebbe rivolgersi a Pisa, e informarsi se vi fosse qualche posto vacante. Io per altro spero, che non verrà riformata, e che si tratterrà ancora in Segovia. I suoi Allievi le dovrebbero giovare, e difendere la sua causa. Mi sarà grato, che mi avvisi di ciò che va succedendo per regola delle raccomandazioni, che sono per fare.

Grazie a Dio ho sempre goduto buona salute, e col desiderio di poterla servire, mi dichiaro costantemente

Di V.S. Illma

Treviso 23. Giugno 1740

Sig. Pietro Giannini
Segovia.

Affmo Servitore ed Amico
Giordano Riccati

avere
ti poi
ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
approssi
verso
da esso
ppo
ove
simo
in tali
nesi con
dottissi-
bole,
progressiv
rsità,
tanta
un
lla
trovata
ce
Ora
arda
in
figure,
Accade-
Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza gire.
nandabo,
darmela,

Illmo: Sig:re Sig:re Prone Colmo:

avare
si poi
o ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
r approssi-
o verso
da esso
ppo
ove.
simo
in tali
do
u:
mesi con
dottissi-
bole,
progressivo
sità,
tanta
un
lica
trovata
ce
Ora
arda
in.
figure,
Accade-
ntanto,
, di cui
tà di esa-
enza sire.
mandabo, ova
darmela,

Illmo: Sig: Sig: Prone Colmo:

Io non so piu intendere cosa sia questa cosa V.S. Illma Ea troppa ragione di Lagnarsi, e veramente non raccapezzo ne pure io come sia andata.

Oggi scrivo a Bologna al Sig.re Petronio Callegari molto sbadato, se questo fagotto per caso fosse stato messo nelle di lui balle e intanto ho fatto preparare altro simil fagotto p. farglene subito la spedizione, e non le resti piu ritardato, lo che seguirà nella ventura settimana.

Si assicuri che io sono all' eccesso mortificato, e pare che gli astri abbiano congiurato alle cose che sono nate in questa benedetta edizione.

Prego la bontà di V.S. Illma: voler compatire, e assicurarsi che tal trascuranza non è dependuta da mia colpa, mentre pieno del piu profondo rispetto passo a dichiararmi.

Di V.S. Illma:

Siena 30 Giugno

Umilmo Dmo Obmo Serre
Giuseppe Pazzini Carli

...cambio dalla stampa il sig. ...

...stamanara, prenda pure tutto il suo comodo.

e pieno d'infinita riconoscenza, e stima mi sottoscrivo

Di Lei Sig. Mar.e Stimatmo

Treviso 30 Giugno 1760

Sig. Mar.e Giacomo Mariscotti Divotmo ed Obblmo Ser.re Vero

...rvelli. Bologna Giordano Riccati

acare
ti poi
o ne'
di regresso
na con-
evi le
zioni.
r approssi-
o verso
da esso
ppo
ove.
rimo
in tali

mesi con
dottissi-
bole,
regressivo
osità,
tanta
un
lea
rovata
be
Ora
urda
in
figure,
Accade-
Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza gire.
mandato; sua
darmela,

cambio dalla stampa il sig. [illegible]
rivotamente, prenda pure tutto il suo comodo.
e pieno d'infinita riconoscenza, e stima mi sottoscrivo

Di Lei Sig. Mar.^e Stimat.^mo

Treviso 30 Giugno 1740

Sig. Mar.^e Giacomo Mariscotti Divot.^mo ed Obbl.^mo Serv.^e Vero
uvialli. Bologna Giordano Riccati

7 4

A Sua Eccellenza

Il Sig.[r] Co.[te] M.[se] Giordano Riccati

Venezia

Treviso

2

Non risposi nel precedente ordinario alla stima delli 12 giugno perche non

Sig. Marchese Stimo 131

Quello, che le ho scritto la settimana passata non si è verificato, perché essendo assente chi avea portato l'involto a Venezia, non fu questo consegnato al Corrispondente del Sig. Zavaboschi. Oggi lo stesso Corrispondente andrà a prendere l'involto, e dimani lo spedirà per la Corriera di Bologna. Il Sig. Senatore Malvasia è supplicato a scusare la lunga dilazione cagionata dalla cautela necessaria per iscansare, che le palle, siccome contrabbando, vengano dai Ministri asportate.

La ringrazio vivamente del favore impartitomi col parteciparmi l'essere ella stato da N.S. dichiarato Marchese con tutta la sua Discendenza. L'interesse ch'io vanto per i vantaggi di sua Famiglia, richiedeva che non mi defraudasse di questa lieta notizia. Ha fatto ottimamente di procurare un tal titolo per maggior decoro dei Sig. Mi suoi Figli impiegati alla Corte estera, i quali spero che colla perfetta loro riuscita, le serviranno di grandissima consolazione, il che ardentemente desidero.

Il cambio della stampa il Sig. Ab. Sederilla, che richiamo diversamente, prenda pure tutto il suo comodo.

E pieno di perfetta riconoscenza, e stima mi sottoscrivo

Di Lei Sig. Mar.e Stimat.mo

Treviso 30 Giugno 1760

Ill. Sig. Mar.e Giacomo Mariscotti Divot.mo ed Obblig.mo Serv. Vero

Berselli. Bologna Giordano Riccati

... ripresi nel precedente ordinario alla Strucā delli 23 giugno perche non

avare
si poi
ne'
o di regresso
us na con-
ua eri le
il zioni.
il r approssi-
ato verrò
ata da esso
ist appo
us ove
imo
eci in tali
ua
osfeli mesi con
dottissi-
ue bole,
rau- rogressivo
sità
ggio- tanta
stetig un
ria. lla
trovata
he be
lo Ora
arda
ri- in-
ri- figure,
Accade-
le Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza gire.
mandabo, ora
darmela,

...on risposi nel precedente ordinario alla Stim.a delli 13 giugno perche non
...era arrivato il compasso Inglese da Torino, ma mandai però subito
...a suo destino la lett.a pel S.r D.r Giannini. Per questo ordinario mi per-
vengono due pregiat.me sue, l'una de 9 Giugno che mi fu accenna-
...a nella pred.ta sua delle 13, e l'altra dei 30, che mi significa il
motivo del ritardo di quella dei 9, e de Torino. Io ho mandato
subito ad avvisare il S.r Sen.re Malvasia, che mi immagino avrà fatto
...uso dell'Inglese, e la sua risposta. All'occasione di vederlo gli
dissi il motivo del ritardo, e gli significherò le gentili ed Obbligan...
...espressione, onde le avrà e per queste, e p. l'incomodo datole in
...tal Obbligazione, e durante le anticipo e per parte sua, infinita
...ringraziamenti senza fine. Quando poi verrà la nota dal S.r Zenobi
...il recapito dove pagare il denaro, sarà subito pagato.
La medesima risposta della bontà e cordialità della stim.a Sua a...
...tengo la mia e di me ritengo che giungendo anche la con-
...tezza, che mi mostra con modi tanto cortesi, e la nova decorazio-
...ne concedutami da N.S. che ho procurato al solo oggetto de' ...
...la corrobora in chi la meritano, parea questo come necessario.
Stimo la sua approvazione tanto quanto la cosa istessa, e perche
...uomo savissimo, e perche di Signore tanto mio buon Amico
Padrone. Ne la ringrazio sommamente, e son lieto, che abbia vi-
...vuto la notizia dattale, come mi ritorno che le debbo ... ri-
...guardo alla cordialità sua, e all'interesse che si prende, resto le

Div.mo Dev.mo Obl.mo Servitore
Sebastiano Coletti

avare
...gi poi
...o ne'
di regresso
...na con-
...eri le
...zioni.
...r approssi-
...o verso
...da esso
...ppo
...ove
...imo
in tali
...nesi con
...dottissi-
...bole,
...rogressivo
...osità,
...tanta
...un
...lla
...rovata
...ce
Ora
...anda
in
figure,
Accade-
Intanto,
...di cui
...tà di esa-
...enza gire.
mandato, ora
darmela,

cose mie, e di nuovo le ripeto le mie obbligazioni vivissime.
Il S.r Pedrilla mi ha mandata la seguente nota che qui
trascrivo

Il tomo VIII. dell'Accad.a di Petersburgo stampato in Bologna cost[illegible]
paoli 12

I tre tomi della storia di Bologna del P. Ab.te [illegible] paoli 50

La storia dell'Accad.a Clementina dell'Instituto di Gio. Pietro Zan[illegible]
paoli 30

ecco dove si è ridotto tutto il capitale proposto pel cambio. [illegible]
dico che questo tomo della Volpe è uno con cui il [illegible]
[illegible], so che il ho sotto. Il Pedrilla aggiunge, che l'[illegible]
tuzioni Analitiche di Saladini ed. son stampate dalla Volpe, [illegible]
delle transazioni Anglicane, che dopo l'anno 1736 non ven[illegible]
dono altre, e finisce con dire che i sudd.i pezzi [illegible]
con cui le sudd.e opere si vendono a contanti: ella [illegible]
[illegible] i suoi ordini rapporto alle sudd.e sue opere, e mi fissi il p[illegible]
di ciascuna copia dell'opera del P. [illegible], che vedrò col mezzo di [illegible]
rilla di concludere, se sarà possibile, questa [illegible]. Tanto dove[illegible]
in risposta alla [illegible] sua, ed in esecuzione de' suoi comandi[illegible]
di, che desidererei bene di vedere che la mia buona [illegible]
offrisse l'adito ad altri in cui potesse esser più fortunato, e [illegible]
[illegible] costanti miei sentimenti di [illegible] stima, obbligo, e riconoscen[illegible]

Di Lei P.r Colend.mo — Bologna 9 Luglio 1780 — Div.mo ed Obb.mo [illegible]

[illegible]

acare
si poi
o ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
r approssi-
o verso
da esso
ppo
ove.
rimo
in tali
mesi con
dottissi-
bole,
rogressivo
rsità,
tanta
un
lla
rovata
te
Ora
urda
in-
figure,
Accade-
Intanto,
ri di cui
tà di esa-
enza fine.
mandato,
darmela,

Di V. S. Ill.ma Dev.mo Obl.mo Servitore
Sebastiano Oretti

pag. *

5 8

Al Nobil Uomo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia — Treviso

1513

Errori corsi nella Dissertazione del
Sig. Co. Giordano Riccati.

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
70.	18.	stato	strato
71.	1.	$u - \overline{m - ns} \cdot u$ over k	$u - \dfrac{m - ns \cdot u}{k}$

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo 135

[S]pedisco per il Corriere in un pacchetto, diretto al di Lei venerato nome, una copia della di Lei Dissertazione, stampata nel [ul]timo quinto degli Opuscoli. Ella avrà la bontà di esaminarla, e se vi sarà corso qualche errore, me ne farà avvisato, per poter fare secondo il solito l'Errata Corrige. Attenderò [d]unque i favoriti di Lei riscontri; mentre pieno di stima con tutto l'ossequio mi protesto

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 5 Luglio 1780

Dev.mo Obbl.mo Servitore
Sebastiano Coleti

1367

Errori corsi nella Dissertazione del Sig. Co. Giordano Riccati.

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
70.	18.	stato	strato
71.	1.	$u - \overline{m - \frac{ns}{z}} \cdot u$	$u - \overline{m - \frac{ns}{k}} \cdot u$

P.

Li Nob.e sig.ri sig.ri Pat.i Col.mi

Il sig.r Giordano Co: Riccati

con un in[illegible] Trevisio

seg.to come sopra

Errori corsi nella Dissertazione del
Sig. Co. Giordano Riccati.

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
70.	18.	stato	strato
71.	1.	$\dfrac{u - \overline{m - \frac{ns}{k}}\cdot u}{m + \frac{ns}{k} + n\,ds}$	$\dfrac{u - \overline{m - \frac{ns}{k}}\cdot u}{m + \frac{ns}{k} + n\,ds}$
71.	3.	$\dfrac{nu_2}{m + \frac{ns}{k}}$	$\dfrac{nu^2}{m + \frac{ns}{k}}$
72.	2		
75.	14.	$nu_2\,ds$	$nu^2\,ds$
75.	15.	nu_2	nu^2
77.	15.	$\dfrac{+ku^{p-1}du}{n + hu^p}$	$\dfrac{+ku^{p-1}du}{n + ku^p}$
*			
79.	3	b^{1-p}	$b^{1-\frac{1}{p}}$
81	9.	$AE + g^2$	$AE = g^2$
83.	23	scouvra	scovra
*79.	1	$\log b^{1-\frac{1}{p}}.\overline{(n + \frac{k}{u^p})}^{\frac{1}{p}}$	$\log.\ \overline{b^{1-\frac{1}{p}}.(n + \frac{k}{b^p})}^{\frac{1}{p}}$

Dev.^{r} Obb.^{mo} Serv.^{e}
Erede di Niccolò Pezzana

Sig.r Marchese Stimo 139 167

Mto Ill.e S.r S.r Pn Colmo 137

Nel fag.to consegnatomi dal Remondini per conto delli Ss.ri Vincenzo Pazzini Carli, e f.i di Siena, non ho ritrovato le 12 Copie del Prodromo, che mi accenā doverri ritrovare, e di ciò ne ho prontamente avvisato li medesi., che tanto li serva per sua regola, con che pieno di stima passo a dichiararmi

D. V. S. Ill.ma

Venezia li 7 Luglio 1780

Dev.mo Obb.mo Serv.e
Erede di Niccolò Pezzana

138

Sig.r Marchese Stimo

lla avane
li- si poi
be- o ne'
co di regresso
ra na con-
evi le
ta zioni.
al r approssi-
o verso
a da esso
el gpo
ra ove.
simo
ca in tali

de- mesi con
o dottissi-
o bole,
rogressivo
osità
de tanta
un
lla
trovata
ve
Ora
urda
in
figure,
o Accade-
Intanto
di cui
tà di esa-
enza fine.
mandabo, ove
darmela,

All'Illmo S.r S.r Pron Colmo
il S.r Conte Giordano Riccati

Treviso

Riceverò i tomi espressi nella nota del Sig. Ab. Dadavilla, che ringrazio, e riverisco distintamente, cioè il tomo VIII dell'Accademia di Peterburgo, i due tomi della Storia di cotesta Università del P. Ab. Sarti, e la Storia dell'Accademia Clementina dell'Instituto del Sig. Giampietro Zanotti. Una copia dell'Opera di mio fratello vale Z 4, e costando l'Opere esibite in concambio Paoli 92, vengono queste compensate da 23 copie dell'Opera mentovata. Io non so quante copie Ella ne tenga, ma se del restante potesse seguire il cambio con qualche altro Stampatore, mi riuscirebbe sommamente grato.

Dallo Stampatore Pazzini di Siena ancora non ho potuto ottenere le 12. copie del Prodromo della nuova Enciclopedia Italiana. Mi avea scritto, che le avrebbe spedite a Venezia al Sig. Pezzana, e nella balla che questi ha ricevuto non si sono trovate. Avvisato di un tal disordine, mi risponde, che ai 30. di Giugno scrisse a Bologna al Sig. Petronio Callegari, se il fagotto colle 12. copie per caso fosse stato messo nella di lui balla. La prego pertanto a far ricercare il Sig.r Callegari intorno a questa faccenda. Scusi di grazia il nuovo disturbo, che le do animato dalla sperimentata sua gentilezza, e pieno di riconoscenza, e di stima mi dichiaro. Di Lei Sig. Mar.e Stimo

Ill. Sig. Mar.e Giacomo Mariscotti Berselli. Bologna.

Treviso 14. Luglio 1780.

Divot.mo Obbl.mo Ser.r V.o

Giordano Riccati

acane
si poi
o ne'
di regresso
na con-
evile
zioni.
approssi-
verso
da esso
oppo
uoe
simo
in tali

mesi con
dottissi-
bole,
rogressivo
osità,
tanta
un
lica
trovata
be
Ora
arda
in
figure,
Accade-
Sevelli Intanto,
di cui
tà di esa-
enza fine.
mandabo, pra
darmela,

oscaria oltre a ... che sarei stato cola im-
piegato, se mi contentassi dell'assegnamento di 200
scudi all'anno. ... con questo stipendio, con
...

Sig. Conte Stimo

Bologna 25 Luglio 1780 143

167

Del noto cambio mi sono portato in persona dal S.r Abb.e Palavilla avare
mi ho comunicato la sua lettera, ed egli ha preso in nota l'oc- si poi
correnza, onde non dovrebbe render più ritardo la conclusione ne
di questo piccolo affare. quando consegnerò le copie dell'opera di regresso
del sempre degno suo Fratello, allora numererò quelle che sepa- na con-

qualche al eri le
mancia. zioni.
ppresi nel ggrossi
Lei, ma verro
ha aver da esso
ro alla gyso
e ora do- cove
tivo che vimo
re non in tali
i della
Spedizioni

Ill.mo Sig. Sig. Tron Cosimo 141

Ricevo la fav.ma Sua dei 23 del passato, e di in conseguenza la prego di raccomandarmi al Sig.r Procuratore Tron, all'effetto di che m'impieghi nella Accademia di Padova. Io son risoluto di abbandonare questo Paese, ancora quando mi ci volesse re fare trattenere con delle belle speranze; perchè se nel tempo che viveva il Conte ... non sono stato avanzato dopo avermi ... travagliare giorno e notte; che ho da sperare dopo la morte del medesimo. Qui sono amati i Forestieri come i Franchi tra i Turchi. Rapporto alla Toscana dirò a V.S. Ill.ma che sarei tosto colà impiegato, se mi contentassi dell'assegnamento di 200 scudi all'anno. ... on questo stipendio, co

mesi con
i dottissi-
bile,
rogressivo
sità,
tanta
un
lia
trovata
ce
Ora
urda
in
figure,
mo del V.o Accade-
Borselli Intanto,
di cui
tà di esa-
enza gire.
ove mandabo, ova
ede darmela,

142

come è possibile di mantenermi decentemente, e c...
prare qui libri necessarj per la Professione.
Io cerco un impiego che mi somministri tai ...
modità onde mi lasci la mente affatto quieta
per attendere alle Mattematiche. Adunque
la prego di andare avanti con l'impegno, ch...
gli ne sarò eternamente obligato, ...
ho il piacere di segnarmi

Di V. S. Ill.ma

Segovia 22 ... 178...

Aff. Serv. ed ...
Pietro Giannin...

Ill.mo Sig.r Pron Col.mo

Bologna 25 Luglio 1780

Del noto cambio mi sono portato in persona dal S.r Abb.e Padovilla, gli ho comunicato la sua lettera, ed egli ha preso in nota l'occorrente, onde non dovrebbe tardar più nello la conclusione di questo piccolo affare. Quando consegnerò le copie dell'opera del sempre degno suo Tutto, allora numererò quelle che segna

qualche al
incamminà.
Isposte nel
a Lei, ma
che aveva
uso della
ne ora do-
bito che
ne sono
a della
Ill.mo Sig.r

Dev.mo Serv.o
Bevelli

avare
di poi
o nei
di regresso
una con-
servile
zioni.
r aggiro
verto
da esso
esso
nove
rimo
in tali
mesi con
dottissi-
bole,
progressivo
ossità
tanta
un
lla
trovata
ce
Ora
anda
in
figure,
Accade-
Intanto,
di cui
tà di esa-
enza fine.
mandabo, sua
darmela,
trovo
età

B.B

All'Ill.mo Sig.r Sig.r Prone Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

5. Treviso

Ill.mo Sig.r Conte Stim.mo Bologna 25 Luglio 1780

Il noto cambio mi sono portato in persona dal S.r Abb.e Pedevilla
mi ho comunicato la sua lettera, ed egli ha preso in nota l'oc-
correnze, onde non dovrebbe tardar più molto la conclusione
di questo piccolo affare. Quando consegnerò le copie dell'opera
del sempre degno suo Padre, allora rimetterò quelle che resta-
no, e si vedrà se con qualch'altro si potrà fare qualch'al-
tro negozio, ed ella avrà subito la notizia delle circostanze.
Fui ancora dal S.r Petronio Dellegori, il quale mi condusse nel
suo Magazzino, ed osservammo se vi era nulla per Lei, ma
effettivam.te ed di nuovo niente; mi disse bensì che aveva
avuto lettera dal Baggioni in conformità di quanto ella
mi scrive, ma il fagotto non v'era. Tanto per ora do-
vea in riscontro alla stimat.ma sua delli 12, e subito che
si saprà qualche cosa sì dell'uno che dell'altro affare non
mancherò di scriverglielo, e così pieni sentimenti della
mia stima, obbligo e riconoscenza sono ossequiosiss.mo
di Lei S.r Conte Stim.mo

Dev.mo ed Obb.mo Servo
Giov.i Majocchi Bussetti

Dev.mo obbl.mo servitore
Costanzo ...

107

acare
si poi
o ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
r approssi-
o verso
da esso

gpo
uve
simo
: in tali

che

mesi con
i dottissi-
bile,
rogressivo
osità,
tanta
un
lla
trovata
be
Ora
anda
in
figure,
Accade-
-Intanto,
o, di cui
tà di esa-
enza fine.
mandato, oppure
darmela;

Dmo Devmo Obblmo servitore
Gio: Antonio Oriani

4

Al Nobil Uomo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia

Trevigo

3/3

Bologna gio. Ag.° 1780 147 167

Sig. Conte Lirico

In breve non voglio tacerle di darle la notizia, che già

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo 145

...mandai ho spedito a V.S. Ill.ma il tomo quinto degli opuscoli, che voglia favorirmi avrà ella a quest'ora ricevuto. Dal medesimo ella rileverà, che sono state eseguite le correzioni nel modo prescritto. Il valore tanto del quarto, che del quinto tomo, che sono in tutto lire quattro, con tutto suo commodo mi si farà avere. Frattanto pieno di vera stima passo con tutto l'ossequio a professarmi

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 26 luglio 1780

Dev.mo Obbl.mo Servitore
Sebastiano Coleti

cavare
si poi
ne'
di regresso
ina con-
evi le
zioni.
approssi-
o verrò
da esso
oppo
cove-
simo
in tali
mesi con
i dottissi-
bole,
regressivo
osità,
tanta
un
Ma
trovata
ce
Ora
anda
in
figure,
Accade-
Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza cire.
mandabo,
darmela,

Bologna primo Ag.° 1780

Ill.mo Sig.r Conte Stim.mo

... presso non voglio tacere il dottor la notizia, che già

avare
si poi
ne
di regresso
ria con-
erile
zioni.
r approssi-
o verrò
da esso
egzo
ove.
simo
in tali

mesi con
i dottissi-
bole,
progressivo
rosità,
tanta
un
lla
trovata
Ora
urda
in
figure,
Accade-
Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza sire.
mandabo,
darmela,

Al Nob.^e Sig.^r Sig.^r Sig.^r Col.^mo

il Sig.^r Giordano Conte Riccati

Trevigo

147

Bologna primo Agto 1780

Sig. Conte Stimo

...presso non voglio lasciare di darle la notizia, che già
...Copernicia sono le tre opere congiunte col cambio fat-
...delle 13 Copie dell'opera del P. Ojerai. Se ci ha
...maggiore a volume abbiamo fatto un molto buon
...ciò. Sono in attenzione per la spedizione, e ne avrà
...l'opportuno avviso. Dalla numerazione di un mag-
...di quelle copie che restano presso di me parmi che respiri
...ancora per lo meno D.° 150 che le serva. Non ho tempo
...trattenermi ma sono sempre con la più stima
...riconoscenza

Di Lei Sig. Conte

Dev.mo ed Obbl.mo Servo
Giac.o Mariscotti Berselli

Sia fatto altro, che compendiare non senza eleganza la sua
prima dimostrazione dello Schediasma 4.° In un raggio
sinora BC i punti diversi C, 7, 5 dell'una parte i medesimi ... equilibrandosi
equilibrandosi ... osservati.

avare
si poi
ne
di regresso
ina con-
evi le
zioni.
approssi-
o verso
da esso
ppo
cove,
cimo
e in tali
so sul

ca pro

mesi con
i dottissi-
bole,
rogressi
rosità,
tanta
un
lla
trovata
ce,
Ora
arda
in
figure,
Accade-
Intanto
di cui
tà di esa-
enza fine.
mandato, ppia
darmela,

bia fatto altro, che compendiare non senza eleganza la sua prima dimostrazione dello Schediasma 4.° In un raggio [illegible] B.C i punti [illegible] C, 7, S, [illegible] passare [illegible] egualmente distanti [illegible] intervalli

cale lessi [illegible]

132

8 5

Al Nobil Uomo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia

Treviso

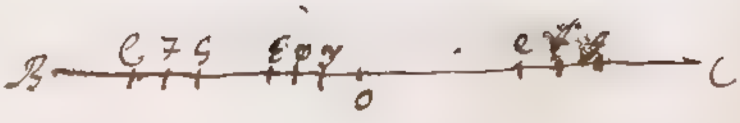
Sig. Conte Lainé — Bologna 8 Ag.to 1780 [153] [167]

...come seppi nell'ultima mia scrittale le vengo a dire ...si poi
...che in quest'ordinario le si è fatta la spedizione del pacco ... di regresso
...con entro le tre copie delle mie opere. Vi è di... ...na con-
...dei libri circola- ...zioni.

Ill.mo Sig. Sig. Pad.n Col.mo — 149 — 151 Mondo. ...rio

Ho letto da codesta ricevuta l'Opera insigne delle Zonde, ovvero Fibre elastiche, per favor ricevuto dal Sig. Marchese Gherardo Rangone cavaliere, che si fa distinguere non meno per la nobiltà delle sue cognizioni, e per gli ornati suoi costumi, che per le cariche importanti, di cui è stato onorato dal defunto, e dal regnante Sovrano. Quantunque io non abbia omesso la necessaria applicazione, non mi lusingo d'aver penetrato a fondo le sue dottrine in una materia sì difficile, e spinosa. Ben posso dire d'essermi introdotto in una teoria per me quasi del tutto nuova, e d'essermene debitore a V. S. Ill.ma, che me ha aperto l'ingresso. Ho poscia voluto leggere quanto dice sul fine della sua Cosmografia il Sig. Abate Frisi. Parmi, s'io non m'inganno, che egli non abbia fatto altro, che compendiare non senza eleganza la sua prima dissertazione dello Schediasma 4.° In un raggio sonoro B.C i punti devono e, f, g dell'an... essere in ... egli dice equidistanti distanti

Lui, ...approssi... verrò. ...ora la esso ...oppo ...cove... ...avvegg... ...imo ...in tali ...no nel ...a pé... ...mesi con ...i dottissi... ...bile, ...progresso ...riosità ...tanta ...un ...lla ...trovata ...ce ...Ora ...anda ...in ...figure, ...Accade... ...Intanto, ...o, di cui ...tà di esa... ...enza fine. ...mandabo, ...darmela, ...Dio ...nelle ...dev.mo servidore ...ossequioso



-nimi spazj Ee, Ff, Gg, chiamati da lui analiticamente[illegible]
Io credo, ch'ei voglia dire, che i detti punti si vibrino [illegible]
uguali. Poi si prendano i punti intermedj ε, φ, γ [illegible]
sia maggiore di εφ. Che altro è questo, che prendere gli s[illegible]
Eε, Fφ, Gγ come ordinate d'una curva, qualunque ella si[illegible]
dica, e trovasi la forza accelerante $= A.\frac{dds}{ds^2}$ e quella [illegible]
foggia, con cui ella l'ha cercata, e averla $= \frac{Pddy}{dx^2}$ [illegible]
mente alle leggi delle forze continuamente applicate [illegible]
cagionate le velocità costanti, come ella pure ha sieg[illegible]
di cotanto si intendere due; la una, che egli dica d'avere segu[illegible]
l'ordine Newtoniano, l'altra, che condanni il Newton d'[illegible]
di principio. V. S. Illma si protestò di seguire il metodo [illegible]
-niano. Dunque, s'io non prendo un grosso abbaglio, il Sig.[illegible]
ci ne ha sovvertito l'ordine Newtoniano, nè può condann[illegible]
Newton senza contraddire a se stesso, lasciando ora stare [illegible]
ni dimostrative da lei già più volte addotte. La supplico di[illegible]
-minarmi.

La spiegazione della sperienze del Sig. Cassini è magnifica[illegible]
m'imagino, che il raggio, che porta all'orecchio il suono[illegible]

Sig.r Conte Lami Bologna 8 Ag.to 1780 153

107

...come scrissi nell'ultima mia scrivale le vengo a dire
...che in quest'ordinario le si è fatta la spedizione del ...
...con entro le tre copie delle ... Opere. Le di-
[illegible] ... dei libri ...

151

...sa diverso da quelli, che portano gli altri tre. ...,
...dica bene. Resto col più profondo rispetto

Di V. S. Ill.ma

Modena 1 Agosto 1780

Umil.mo e Devot.mo Servitore
Simone Contarelli

Lui;
...ora
...no.
...ergo,
...no ...
...on pé-
...ollo
...ello

...acare
si poi
e ne'
di regresso
...na con-
...eri le
zioni.
...r approssi-
o verso
da esso
...esso
...ove-
...simo
... in tali
...mesi con
...dottissi-
...bile,
...progressivo
...iosità,
...tanta
... un
...lla
...trovata
...ce
Ora
...nda
in
figure,
Accade-
Intanto,
...ò, di cui
...tà di esa-
...enza sine
mandabo,
...darmela,

85

Al Nobile Sig.r Sig.r e Pron. Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Treviso

Prof. Conte Ill.mo

Bologna 8 Ag.to 1780

153

Siccome scrissi nell'ultima mia lettera le vengo a dire che in quest'ordinario le si è fatta la spedizione del fagotto con entro le tre copie delle consapute Opere. Si è diretto al S.r Gio Batta Novelli mercante da libri in Venezia, onde bisognerà, che o mandi a levarlo da Lui, o gli scriva, che glielo mandi a Treviso. Non so se si dovrà pagar qui, o a Venezia la spesa del porto. Se si dovrà pagar qui io soddisferò, e le ne darò avviso; se a Venezia ella non si prenderà altro pensiere. Bramo mi incontrerà di servirla, e con Ella Eminenza sono con pienezza di stima, obbligo e riconoscenza

Di Lei Ill.mo S.r Conte

Div.mo ed Obb.mo Servo

Giac.o Marescotti Barselli

per la direzione media BA. Ogni particella del raggio sonoro BA concepirà due vibrazioni unisone ai suoni del [illegible] Violino espressi da numeri interi

cavare
si poi
o ne'
di regresso
na con-
eri le
zioni.
r approssi-
o verso
da esso
oppo
cove.
simo
in tali
messi con
i dottissi-
bole,
rogressivo
rosità,
tanta
un
Mea
trovata
ce
Ora
uarda
in
figure,
Accade-
Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza fine.
mandabo, opra
darmela,

-avare
-si poi
-a ne'
di regresso
-na con-
-eri le
-zioni.
-r approssi-
-o verso
da esso
-oppo
-ove,
-rossimo
-che in tali

cha. La
Giornale

-meri con
-i dottissi-
-bole,
-rogressio
-rosità
tanta
, un
-llea
trovata
-ce,
Ora
-unta
in
, figure,
Accade-
Intanto,
-o, di cui
-tà di esa-
-enza sine.
mandalo, opra
-darmela,

per la divisione media BA. Ogni particola del raggio sonoro BA concepiva due vibrazioni uni= sone ai suoni N del Violino espresso da numeri interi

L 8.17

58

Al nobil Homo

Il Sig. Conte Giordano Riccati

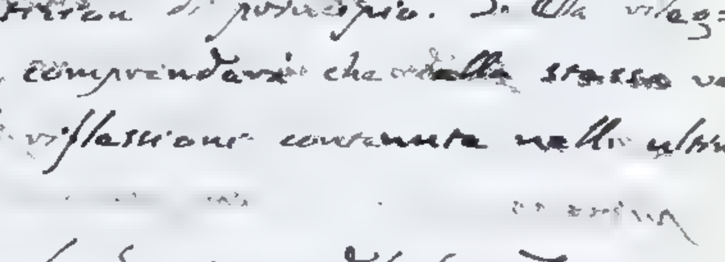
Venezia

Treviso

Illmo Sigre Sig.re Padrone Colmo

La mia Opera delle corde ovvero fibre elastiche mi ha veramente costato molte ed assidue meditazioni, e venendo ora da V. S. Illma benignamente approvata, mi lusingo di non aver gittate in vano le mie fatiche. La Lettera inserita nel Tomo XII. di cotesto Giornale al num.o XI. pag. 3.. dovrebbe finire di convincere il Sig. Abriotteson, che il Newton nel determinare la velocità della propagazione del suono non è caduto in errore di principio. Se ella rileggerà questa Lettera, comprenderà che nella stessa vengono confermate le riflessioni contenute nella ultima stimatissima sua.

Due luoghi io spiego la Sperienza del Sig. Tartini, cioè a dire nello Schediasma IV. ai num.i XXV., XXVI., XXVII., e nell'Appendice al detto Schediasma ai num.i VI. e VII., nella quale sciolgo un'opposizione, che potrebbe esser fatta. Due raggi sonori EB, FB provenienti dalle corde del violino E, F, s'incontrino nel punto B, e continuino poscia congiuntamente per la direzione media BA. Ogni particella del raggio sonoro BA concepirà due vibrazioni unisone ai suoni [illegible] del violino espressi da numeri interi



156

intervi fra loro primi, e passando da uno stato all'altr[o]
di quiete nel tempo 2 proprio del suono 1., ne risult[erà]
il suono 2., che dal raggio BA' insieme col suono
[illegible] il verrà portato all'orecchio a norma della sp[e]-
rienza del Sig. [illegible] [illegible]

Ho letto con mio sommo piacere il Tomo VIII. dell'Opera
insigne del Sig. Ab. Girolamo Tiraboschi, e con ug[uale]
avidità andrò leggendo la Biblioteca degli Scrittori
del Ducato di Modana, secondochè si verrà pubbli-
cata. Questo è uno Scrittore, che fa grande onore
all'Italiani. La supplico di portargli i miei com-
plimenti, ed a Lei con pienissimo ossequio mi dic[o]

Di V.S. Illma

Treviso [illegible] Agosto 17[illegible]

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Cantarelli.
Modana

Umil. Divot. Servitor
Giordano Riccati

cavare
rirsi poi
ra ne'
di regresso
una con-
meri le
sizioni.
ner approssi-
eno verso
, da esso
troppo
nuove.
rossimo
che in tali

i mesi con
i i dottissi-
rabole,
progressivo
norosità,
er tanta
he un
sulla
'o trovata
iebe.
. Ora
guarda
to in
re figure,
e Accade-
Intanto,
ó, di cui
tà di esa-
enza gine.
mandabo, opra
darmela,

Riverit.mo Signore

Ho scritto a Bologna ad un Cavaliere mio Amico, il quale si portò dal Sig. Petronio Callegari, che lo condusse nel suo magazzino, e fatta la debita osservazione, non si è trovato il fagotto a me diretto. Ella mi scrive nella sua dei 30. Giugno di aver ordinato un altro simile fagotto per farmene subito la spedizione, che sarebbesi effettuata nella susseguente settimana. Nè da Bologna, nè da Venezia io non ho ancora ricevuto sopra di ciò alcun riscontro, della qual cosa stimo ben l'avvisarla, onde finalmente dopo tanto tempo ottenga di ricevere le dodici copie del Prodromo. Resto con dichiararmi

Di Lei Riverit.mo Sig.re

Treviso 11. Agosto 1760

Sig. Giuseppe Pazzini Carli
Siena.

Aff.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

$-\frac{ds\cdot dy}{u^3} + \frac{ds\cdot db}{u^3}$, sicché integrando, $d\varphi = \int \frac{dx\, ddx}{u\, ds} + \int \frac{dy\, ddy}{u\, ds} + \int -\frac{ds\, dy}{u^3} + \int \frac{ds\cdot db}{u^3} + C$, ove C è una costante da determinarsi in progresso. Rifletto che

1568 … Signore

cavare
rirsi poi
za ne'
di regresso
una con-
meri le
sizioni.
ner approssi-
eno verso
, da esso
troppo
nuove.
rossimo
che in tali

ù mezzi con
i dottissi-
rabole,
progressivo
norosità
er tanta
he un
subito
ho trovata
iece.
. Ora
guarda
to in
re figure,
e Accade-
. Intanto,
, di cui
tà di esa-
enza fine.
mandavo,
darmela, opra

$-\frac{\partial s\,\delta y}{u^3} + \frac{\partial s\,\delta b}{u^3}$, sicché integrando, $\partial\varphi = \int \frac{\partial x\,\partial\delta x}{u\,\partial s} + \int \frac{\partial y\,\partial\delta y}{u\,\partial s} + \int -\frac{\partial s\,\delta y}{u^3} + \int \frac{\partial s\,\delta b}{u^3} + C$, ove C è una costante da determinarsi in progresso. Ritratto
che

... per pigrizia non ho ...

alla seconda parabola V7, e del parallelismo delle tangenti alle parabole nel primo punto D, e nell'ultimo 7: la qual cosa sarà sempre vera, quando non abbian luogo le determinazioni che distruggano i termini dx da,

Soluzione del Sig. Malfatti 159

Date di posizione le due parabole AD, V7, che abbiano i vertici principali A, V nella stessa retta AV, ch'è tangente comune, trovar la curva D7 della più pronta discesa dall'una all'altra parabola, supposto che il grave discendente si parta dalla quiete.

Supponiamo che il grave partendosi dalla quiete cominci a muoversi in D, e debba arrivare a 7 (fig. 1), e sia x qualunque ascissa, che si prende da A nella orizzontale AV, y la corrispondente ordinata, che si prende nella verticale, e tutte e due spettanti alla brachistocrona. Di più si chiami AB = a, BD = b, AE = f, E7 = m, AV = c, onde nasce VE = c − f. Chiamata poi u la velocità del grave arrivato al punto estremo di y, e ds l'archetto della curva in quel punto, si esprimerà il tempo per l'arco intero scorso per $\int\frac{ds}{u}$. Questo tempo si denomini φ, e avremo $\varphi = \int\frac{ds}{u}$, onde $d\varphi = \frac{ds}{u}$. Di quest'ultima equazione si prendano le variazioni, e sarà $d\delta\varphi = \frac{u\,d\delta s - ds\,\delta u}{u^2}$. Ma $u = \sqrt{a(y-b)}$, che dà $\delta u = \frac{\delta y - \delta b}{u}$ (prendo anche la variazione di b, perchè è ignoto il punto D, da cui deve cominciare la curva, e in conseguenza ignota la BD = b). Dunque sostituendo, $d\delta\varphi = \frac{d\delta s}{u} - \frac{ds\,\delta y}{u^3} + \frac{ds\,\delta b}{u^3}$, cioè (per essere $ds = \sqrt{dx^2+dy^2}$, e $d\delta s = \frac{dx\,d\delta x + dy\,d\delta y}{ds}$) $d\delta\varphi = \frac{dx\,d\delta x}{u\,ds} + \frac{dy\,d\delta y}{u\,ds} - \frac{ds\,\delta y}{u^3} + \frac{ds\,\delta b}{u^3}$, sicchè integrando, $\delta\varphi = \int\frac{dx\,d\delta x}{u\,ds} + \int\frac{dy\,d\delta y}{u\,ds} + \int -\frac{ds\,\delta y}{u^3} + \int\frac{ds\,\delta b}{u^3} + C$, ove C è una costante da determinarsi in progresso. Rifletto

che

167

cavare
rissi poi
za nel
di regresso
una con-
meri le
sizioni.
ner approssi-
eno vero
da esso
troppo
nuove
rossimo
che in tali

i mesi con
i dottissi-
rabole,
progressivo
norosità,
er tanta
he un
sulla
o trovata
iebe
Ora
guarda
to in
ne figure,
e Accade-
Intanto,
o, di cui
tà di esa-
enza fine.
mandabo, opra
darmela,

che $\int \frac{dx\, d\delta x}{u\, ds} = \frac{dx\, \delta x}{u\, ds} + \int \delta x \left(-D \frac{dx}{u\, ds}\right)$, e $\int \frac{dy\, d\delta y}{u\, ds} = \int \frac{dy\, \delta y}{u\, ds} + \int \delta y \left(-D \cdot \frac{dy}{u\, ds}\right)$, e però [A] $\delta \varphi = \int \delta x \left(-D \cdot \frac{dx}{u\, ds}\right) + \int \delta y \left(-\frac{ds}{u^3} - D \cdot \frac{dy}{u\, ds}\right) + \delta b \int \frac{ds}{u^3} + \frac{dx\, \delta x}{u\, ds} + \frac{dy\, \delta y}{u\, ds} + C = 0$, perchè la natura de' massimi, e de' minimi esige, che sia la variazione $\delta \varphi = 0$. Ho cavato fuori dal segno sommatorio la δb, perchè questa variazione di b è unica, e non muta per tutto il tratto DZ della curva, avendo solo luogo al principio D. Dal che si deduce, che sebbene $\int \frac{ds}{u^3}$ si riferisca a tutto il tratto DZ della brachistocrona, la quantità $\delta b \int \frac{ds}{u^3}$ spettando unicamente al punto D non può essere di que' termini, che determinano l'indole della stessa curva DZ. Dicasi lo stesso della costante C, e degli altri termini $\frac{dx\, \delta x}{u\, ds}$, $\frac{dy\, \delta y}{u\, ds}$, che costituiscono le affezioni di qualche particolar punto della DZ.

Dipenderà pertanto la natura della curva dalle due prime sommatorie, e fatto $\left(-D \cdot \frac{dx}{u\, ds}\right) = P$, $-\frac{ds}{u^3} - \left(D \cdot \frac{dy}{u\, ds}\right) = Q$, l'equazione alla brachistocrona sarà compresa in quest'altra $\int \overline{P \delta x + Q \delta y} = 0$. Siccome poi le variazioni δx, δy sono tra loro indipendenti, questa equazione sarà o $P = 0$, o $Q = 0$. Fatta $P = 0$ avremo $-D \cdot \frac{dx}{u\, ds} = 0$, che dà integrando $f = \frac{dx}{u\, ds}$, che dopo le debite operazioni si trasforma in quest'altra $dx = \frac{dy \sqrt{y-b}}{\sqrt{\frac{1}{2f^2} - (y-b)}}$, equazione alla cicloide, il cui integrale, coll'aggiunta della necessaria costante, è questo $x - a + \sqrt{\frac{1}{2f^2}(y-b) - (y-b)^2} =$ Arco di cerchio $\frac{1}{4f^2}$, seno verso $y-b$, che riferito al punto Z diventa

alla seconda parabola V Z, e del parallelismo delle tangenti alle parabole nel primo punto D, e nell'ultimo Z: la qual cosa sarà sempre vera, quando non abbian luogo le diminuzioni che distruggano i termini $\delta x \delta a$,

161

1.ª $l - a + \sqrt{\frac{1}{2}fa(m-b) - (m-b)^2}$ = Arco di cerchio di raggio $\frac{1}{4}fa$, seno verso $m-b$. Se invece di far $P = a$, avessimo fatto $Q = 0$, ci saremo incontrati nella medesima cicloide; la qual cosa in sì fatti problemi di massimi, o di minimi si può anche generalmente dimostrare.

La suddetta equazione della cicloide, colla necessaria condizione, che ove sia $y = b$, diventi $\int \frac{\delta s}{u^3} = 0$, ci farà trovare questa equazione $\int \frac{\delta s}{u^3} = f\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (b-b)}}{\sqrt{b-b}} - f\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}}$, che chiamo H. Dunque, poichè $\int P\delta x + Q\delta y = 0$, $\frac{dx}{u ds} = f$, e $\frac{dy}{u ds} = f\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}}$, l'equazione [A] si cangerà in questa altra [B] $H\delta b + f\delta x + f\delta y\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}} + C = 0$.

Per determinare la costante C, discorreremo così. Quando $x = a$, $y = b$, diventa nulla H, e si fa $\delta x = \delta a$, $\delta y = \delta b$, $y = b$. Facendo dunque uso di questi valori, risulterà $f\delta a + f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (b-b)}}{\sqrt{b-b}} + C = 0$, cioè $C = -f\delta a - f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (b-b)}}{\sqrt{b-b}}$, e quindi l'equazione [B] prenderà il seguente aspetto, rimesso il valore di H, $f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (b-b)}}{\sqrt{b-b}}$

$$- f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}} + f\delta x + f\delta y\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}} - f\delta a - f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (b-b)}}{\sqrt{b-b}}$$

$= 0$, cioè dopo la distruzione de' termini, che si elidono, $- f\delta a - f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}} + f\delta x + f\delta y\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (y-b)}}{\sqrt{y-b}}$, che riferita al punto ultimo Z diventa

$$- f\delta a - f\delta b\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (m-b)}}{\sqrt{m-b}} + f\delta l + f\delta m\frac{\sqrt{\frac{1}{2}fa - (m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$$

La indipendenza delle variazioni δa, δb, delle

variazioni

variazioni δl, δm ci permette, che dividiamo in due la suddetta equazione, e che facciamo $\int\delta a + \int\delta b \frac{\sqrt{\frac{1}{2f^2}-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$; $\int\delta l + \int\delta m \frac{\sqrt{\frac{1}{2f^2}-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$. La indifferenza poi delle medesime variazioni ad essere qual che si vuole, non ci proibisce di cangiarle ne' differenziali delle coordinate delle due parabole ne' punti D, Z, cosicchè sia

2.ª $\int da + \int db \frac{\sqrt{\frac{1}{2f^2}-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$; 3.ª $\int dl + \int dm \frac{\sqrt{\frac{1}{2f^2}-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$

Riflettendo che qualunque punto si riferisca l'espressione $\frac{dx}{u\,ds}$ questa è sempre eguale a f, se consideremo rappresentare dx, ds le flussioni ultime al punto Z, sarà anche ivi $f = \frac{dx}{u\,ds}$; quando per u s'intenda tutta la velocità acquistata dal grave nel discendere fino a Z. Parimente essendo generalmente $\frac{dy}{u\,ds} = f\frac{\sqrt{\frac{1}{2f^2}-(y-b)}}{\sqrt{y-b}}$, sarà $f\frac{\sqrt{\frac{1}{2f^2}-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = \frac{dy}{u\,ds}$, ove s'intenda che u sia la velocità in Z e dy, ds siano le flussioni nello stesso punto Z. Con tali sostituzioni perciò l'equazioni 2.ª, e 3.ª piglieranno il seguente aspetto $\frac{dx\,da}{u\,ds} + \frac{dy\,db}{u\,ds} = 0$; $\frac{dx\,dl}{u\,ds} + \frac{dy\,dm}{u\,ds} = 0$, ovvero $dx\,da + dy\,db = 0$; $dx\,dl + dy\,dm = 0$, e da queste ultime se ne trarranno tutte quelle conseguenze, che sono egregiamente notate nella lettera de' 29 Aprile, con che si vede, che colla debita cautele può benissimo esser lecito di cangiare le variazioni in differenziali, purchè le variazioni spettino alle coordinate di una curva, e si cangino in differenziali di un'altra curva.

La suddette due ultime equazioni par che inducano la necessità dell'incontro ad angolo retto della brachistocrona colla

colla seconda parabola VT, e del parallelismo delle tangenti alla parabola nel primo punto D, e nell'ultimo T: la qual cosa sarà sempre vera, quando non abbian luogo tali determinazioni, che distruggano i termini dxda, dydb, dxdl, dydm. Ma se supponiamo, che dx, dy siano simultaneamente zero al fine della brachistocrona, il che importa che lo sian sempre, egli è evidente, che anche per tal modo si soddisfa alle esigenze delle suddette equazioni. Ciò avviene precisamente al punto G di concorso delle due parabole, ove si supponga al principio collocato il grave. Qui dunque avremo un minimo geometrico e fisico, che sarà anche il minimo de' minimi, siccome è chiaro. Parmi quindi, che non si debba dire, che nel punto G le variazioni DS, ST, che sono le flussioni delle coordinate alla parabola AG, divengono nulle, la qual cosa si renda chiara anche dalla considerazione, che s'ha curva e sopra, e sotto il punto G, ma piuttosto, che ivi le differenze delle coordinate alla cicloide ridotta a un punto, cioè TO, OP son nulle. Ma passiam oltre.

Pongo sotto l'occhio tutte le equazioni, che abbiamo trovato, e che servir possono alle determinazioni delle nostre incognite a, b, l, m, f, ciascuna delle quali devi esser espressa per funzioni di c, e de' parametri delle parabole AD, VT, che denomino p, P. Chiamo in oltre $\frac{1}{4}f^2 = r$:

1.ª $l - a + \sqrt{2r(m-b) - (m-b)^2} =$ Arco di rag. r, seno verso m−b:

2.ª $da + db \frac{\sqrt{2r - (m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$

3.ª $dl + dm \frac{\sqrt{2r - (m-b)}}{\sqrt{m-b}} = 0$; e a queste aggiunte le due equazioni

mia di Padova volesse riceverla, e sentirò cosa mi [illegible] Intanto,
ritornando al Problema della Brachistocrona, le ho steso il calcolo, di cui
mi son servito per giungere alla soluzione. Ella abbia la bontà di esa-
minarlo, e di dirmene il parer suo, che io pregio e venero senza fine.
Le inserisco quella medesima carta di figure, che Ella mi ha mandato, opra
e che per pigrizia non ho voluto copiare; e la prego di rimandarmela,

equazioni alla parabola

4.ª $pb = a^2$

5.ª $Pm = \overline{m-b}^2$

Differenziate la 4.ª, e la 5.ª, ritroveremo $da = \frac{db\sqrt{p}}{2\sqrt{b}}$, $dl = -\frac{dm\sqrt{P}}{2\sqrt{m}}$; i quali valori sostituiti nella 2.ª, e 3.ª fanno risultare quest'altre due equazioni $-\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$, $\frac{\sqrt{P}}{2\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$; onde nasce $-\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{m}}$, che quadrata fa trovare $m = \frac{Pb}{p}$, cioè BD : C7 in ragion diretta de' parametri delle parabole. Sarà poi $m-b = \frac{\overline{P-p}\cdot b}{p}$; e perchè $-\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = \sqrt{2r\cdot\overline{m-b}-(m-b)^2}$, avremo $\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2} = -\frac{\sqrt{p}\cdot\overline{m-b}}{2\sqrt{b}} = -\frac{\sqrt{b}\cdot\overline{P-p}}{2\sqrt{p}}$. Finalmente sarà $\frac{px}{4b} = \frac{2r-(m-b)}{m-b}$, ovvero $x = \frac{p+4b}{4b}\cdot\overline{m-b} = \frac{p+4b}{4p}\cdot\overline{P-p}$, $l = c + \frac{P\sqrt{b}}{\sqrt{p}}$, e quindi l'equazione prima si converitirà in quest'altra $c + \frac{P\sqrt{b}}{\sqrt{p}} - \sqrt{p}\sqrt{b} - \frac{\sqrt{b}\cdot\overline{P-p}}{2\sqrt{p}}$, oppure colla riduzione

6.ª $c + \frac{P\sqrt{b} - p\sqrt{b}}{2\sqrt{p}}$ = Arco di cerchio di rag. $\frac{p+4b}{4p}\cdot\overline{P-p}$, seno verso $\frac{\overline{P-p}\cdot b}{p}$, ch'è il caso della fig. 4.ª Dunque quando cerchiamo il caso della fig. 1.ª, il calcolo ci conduce a quello della 4.ª figura, ove realmente le tangenti in D, 7 son parallele.

Nel caso della fig.ª 2.ª diventa a negativa, rimanendo il resto invariato. Dunque $a = -\sqrt{p}\sqrt{b}$, $da = -\frac{db\sqrt{p}}{2\sqrt{b}}$, $m = \frac{Pb}{p}$, $dl = -\frac{dm\sqrt{P}}{2\sqrt{m}}$; $\sqrt{m} = \frac{\sqrt{P}\sqrt{b}}{\sqrt{p}}$, $\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{b}}$; e quindi

7.ª $c - \frac{P\sqrt{b} + p\sqrt{b}}{2\sqrt{p}}$ = Arco di cerchio di rag. $\frac{p+4b}{4p}\cdot\overline{P-p}$, seno verso $\frac{\overline{P-p}\cdot b}{p}$. Questa 7.ª equazione darà il minimo, quando

purchè le variazioni spettino alle coordinate di una curva e si cangino in differenziali di un'altra curva.

Le suddette due ultime equazioni par che inducano la necessità dell'incontro ad angolo retto della brachistocrona colla

quando le parabole AD, VZ non s'incontreranno in alcun punto.

Nel caso della fig. 3.ª abbiamo $a = -\sqrt{p}\sqrt{b}$, $\sqrt{m} = -\frac{\sqrt{P}\sqrt{b}}{\sqrt{p}}$, $da = -\frac{db\sqrt{p}}{2\sqrt{b}}$, $dl = \frac{dm\sqrt{P}}{2\sqrt{m}}$, $\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2} = \frac{P-p\sqrt{b}}{2\sqrt{p}}$; e perchè in tal caso $l-c^2 = Pm$, risulta $l = c - \frac{P\sqrt{b}}{\sqrt{p}}$, e finalmente

4.ª $c = \frac{P\sqrt{b}+p\sqrt{b}}{2\sqrt{p}}$ = Arco di cicloide di rag. $\frac{p+4b \cdot P-p}{4p}$; seno verso $\frac{P-p}{p} \cdot b$; ed eccoci al caso della fig. 2.ª

Raccoglieremo da tutto questo, che per la fig.ª 2.ª un minimo è quello, che si ottiene al punto G, e che oltre di questo non abbiamo altro minimo geometrico, che quel che si ottiene colla cicloide, che comincia in A, e termina in V.

Per la fig.ª 2.ª abbiam tre minimi, se le parabole si intersecano; uno nel punto di intersezione, l'altro che determina l'equazione 5.ª; e il terzo colla cicloide di diametro AV. Se le curve non si intersecano, i minimi son due solamente.

Per la fig.ª 3.ª fuor di quel minimo, che dà ACV, non ne abbiamo alcun altro, e però il tempo per ACV è minore di qualunque altro tempo per qualunque altro arco di cicloide DNZ ec.

Per la fig.ª 4.ª se le curve si intersecano, abbiam tre minimi: in caso contrario due soli, per determinare uno de' quali convien ricorrere all'equazione 6.ª

Ho aggiunto la 6.ª figura per considerare un caso di minimo tra due parabole, una delle quali scorre sopra, e l'altra sotto all'asse AV. In tale ipotesi il parametro

o cavare
virsi poi
ga nei
di regresso
una con-
numeri le
osizioni.
per approssi-
cano verso
, da esso
troppo
inuove
rossimo
che in tali

ù mesi con
i dottissi-
rabole,
progressivo
norosità
er tanta
he un
sulla
o trovata
iebe
Ora
guarda
to in
ne figure,
e Accade-

... Intanto,
mia di Padova volesse riceverla, e sentirò cosa mi risponde.
ritornando al Problema della brachistocrona, le ho steso il calcolo, di cui mi son servito per giungere alla soluzione. Ella abbia la bontà di esaminarlo, e di dirmene il parer suo, che io pregio e venero senza fine.
Le inserisco quella medesima carta di figure, che Ella mi ha mandato, e che per pigrizia non ho voluto copiare; e la prego di rimandarmela, opra

parametro p, e l'ordinata AD diventano negativi, e la AD, che corrisponde al minimo, viene determinata dall'equazione

$$c - \frac{P\sqrt{b} - p\sqrt{b}}{2\sqrt{p}} = \text{Arco di cerchio di rag. } \frac{\overline{p+4b}\cdot\overline{P+p}}{4p}, \text{ seno}$$

verso $\frac{\overline{P+p}\cdot b}{p}$.

Fin qui bene. Ma come potremo o da queste, o dall'equazioni 6.ª e 7.ª cavare il valore di b? Ecco il solito ripiego di buttar tutto in serie, e servirsi poi del regresso per avere espresso b con un'altra serie, che non contenga ne' termini altro che le quantità cognite P, p, c. Ma queste serie di regresso moltissime volte sono inutili perchè non sono convergenti, o hanno una convergenza lenta e dubbiosa. Io crederei, ch'essendo date in numeri le quantità P, p, c, fosse miglior metodo servirsi delle false posizioni. Diamo qualche valore arbitrario ma numerico a b, e troviamo per approssimazione l'arco di cerchio, che corrisponde al raggio $\frac{\overline{p+4b}\cdot\overline{P\pm p}}{4p}$, e al seno verso $\frac{\overline{P\pm p}\cdot b}{p}$. Vedremo poi di quanto cresca sopra quest'arco, o cala da esso l'omogeneo di comparazione; e potremo conoscere se troppo valore, o troppo poco si sia dato a b. Usando pertanto delle opportune correzioni, con nuove posizioni potremo giungere ad assegnare a b un valore, che sia prossimo al vero; e per tal modo avremo quella soluzione di Problema, che in tali casi ci è lecito di ottenere.

purchè le variazioni spettino alle coordinate di una curva, e si cangino in differenziali di un'altra curva.

Le suddette due ultime equazioni par che indicano la necessità dell'incontro ad angolo retto della brachistocrona

colla

$$c-\frac{P\sqrt{b}-p\sqrt{b}}{2\sqrt{p}} = \text{Arco di cerchio di raggio } \frac{p+4b}{8p}\cdot P+p \text{ , seno verso } \frac{P+p}{p}\times b.$$

Fin qui bene. Ma come potremo o da questa, o dalle equazioni 6ª, e 7ª cavare il valore di b? Avvi il solito ripiego di buttar tutto in serie, e servirsi poi del regresso per avere espresso b con un'altra serie, che non contenga ne' termini altro che le quantità cognite, P, p, c. Ma queste serie di regresso moltissime volte sono inutili, perche non sono convergenti, o hanno una convergenza lenta e dubbiosa. Io crederei, che essendo date in numeri le quantità P, p, c, fosse miglior metodo servirsi delle false posizioni. Diamo qualche valore arbitrario, ma numerico a b, e troviamo per approssimazione l'arco di cerchio che corrisponde al raggio $\frac{p+4b}{8p}\cdot P+p$, e al seno verso $\frac{P+p}{p}\times b$. Veggasi poi di quanto cresce sopra questo arco, o cala da esso l'omogeneo di comparazione; e potrem conoscere se troppo valore, o troppo poco si sia dato a b. Usando quindi delle opportune correzioni, con nuove posizioni, potremo giungere ad assegnare a b un valore, che sia prossimo al vero; e per tal modo avremo quella soluzion di Problema, che in tali casi ci è lecito di ottenere.

Ill.mo Sig. Sig. Prone Col.mo

E' egli tempo, che soddisfaccia una volta al debito che mi correva da più mesi con V. S. Ill.ma di ringraziarla della bontà che ha avuto di comunicarmi i dottissimi suoi pensamenti sul Problema della brachistocrona tra due parabole, e quelli dell' immortale Conte Vincenzo sulla congiunzione del moto progressivo col rotatorio! Per amor del Cielo, mi perdoni questa mia lunga morosità, e ne accagioni non già il mio cuore penetratissimo e gratissimo per tanta di Lei cortesia, ma piuttosto le mie brighe scolastiche, e fors'anche un impegnuzzo, in cui mi son posto di dare un trattato sintetico sulla Cassiniana, in grazia d'una proprietà d'isocronismo, di cui l'ho trovata dotata, nelle due discese d'un grave, che partendosi dalla quiete scorre prima per l'arco, e poi per la corda corrispondente. Ora questo Trattatello è compito, o almeno la parte di esso che riguarda la proprietà meccanica di questa curva vorrei inserirla presto in qualche Tomo d'Accademia, giacchè per un Giornale vi son troppe figure, nè so come fare. Ho scritto al Sig. Corgna per vedere, se la nascente Accademia di Padova volesse riceverla, e sentirò cosa mi risponde. Intanto, ritornando al Problema della brachistocrona, le ho steso il calcolo, di cui mi son servito per giungere alla soluzione. Ella abbia la bontà di esaminarlo, e di dirmene il parer suo, che io pregio e venero senza fine. Le inserisco quella medesima carta di figure, che Ella mi ha mandato, e che per pigrizia non ho voluto copiare; e la prego di rimandarmela, opure

164

quando se n'è servita.

Il Colonello Lorgna mi scrive di grandi cose sopra un suo metodo nuovo di somma di serie, che debb'essere inserito nel 6° Tomo degli Atti di Torino. Io non so se questo 5° Tomo sia anche uscito. Se sì ed Ella l'abbia veduto, mene scriva qualche cosa; e intendo sol che mi dica, se veramente le sia di molto piacciuto, e serva a promovere assai questa bella e non ancora esaurita parte della Geometria sublime. Mi conservi la sua buona grazia, e rinovandole i miei sinceri ringraziam. con pieno rispetto mi confermo

Di V.S. Ill.ma

Ferrara li 15 Agosto 1780

Dev.mo ed Oblig.mo Servitore
G. Franc.o de Malfatti

P.S. Ritenendosi questo mezzo foglio, mi farà anche grazia, se mi rimetterà l'intero foglio annesso, che verrà sull'anzidetto Problema.

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 171. 61

...avrei sommo piacere, che ella ottenesse una Cattedra
...a Padova, e pel suo vantaggio, e perché li avrei vicino

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 1.69.

...l mezzo del Sig. Giuseppe Barchetti, che ritornando
da Treviso a Bologna passa per Ferrara, le spedisco
le quattro Dissertazioni, che tempo fa le promisi.
Trattano queste del moto di un corpo discendente
lungo un lato retto di un triangolo materiale, che
può camminare liberamente sopra un piano
parallelo, e inclinato all'orizzonte. La supplico di
scrivermi intorno ad esse il suo parere, e del
Sig. Malfatti, che riverisco divotamente
...l Tomo V. della sua Raccolta è molto erudito l'
Opuscolo del P. Ireneo Affò, ed interessanti pari=
mente sono le Lettere dell'Ab. Facciolati. Fra
molte cose, che sconvolgono la Meccanica, il Sig.
Co. Barbieri rettamente nega essere l'inerzia
una forza. Intorno a questo punto le espressioni
di parecchi Autori vogliono essere moderate. Ha
parimente ragione quando dice, che ~~quando~~ sa l'
azione si eguaglia costantemente alla reazione, si ~~dà~~ serba sempre l'equilibrio.
...l Sig. Coleti ho pagati i due Tomi da lui stampati.
Ella mi conservi la sua buona grazia, ed amicizia,
mi onori de' suoi comandi, e mi creda

...Sig. Ab. Antonio ...ldoni. Ferrara.

Di V.S. Illma
Treviso 16 Agosto 1780.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

164
quando se n'è servita.
Il Colonello Lorgna mi scrive di grandi cose sopra un suo metodo nuovo
di somma di serie, che dev'essere inserito nel 6º Tomo degli Atti
Torino. Io non so se questo 5º Tomo sia anche uscito. Se si
l'abbia veduto, mene scriva qualche cosa; e intendo sol che mi d
veramente. [illegible] piacciuto, e serva a promovere a
questa [illegible] 170
Mi conse
con pien
Di VS
PS. Riten
intero q

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 171. 61

avrei sommo piacere, che Ella ottenesse una Cattedra
a Padova, e pel suo vantaggio, e perchè l'avrei vicino

ὄμα
av:
ito
Bar=
ero
mo
Dio
po=
ro=
ero,
hano
nto,
non

184

quando se n'è servita.

Il Colonello Lorgna mi scrive di grandi cose sopra un suo metodo nuovo
di somma di serie, che debb'essere inserito nel 6° Tomo degli Acc[...]
Torino. Io non so se questo 6° Tomo sia anche uscito. Se si
l'abbia veduto, mene scriva qualche cosa; e intendo sol che mi d[...]
veramen[...] [illegible] piacciuta e serva a promovere a[...]

questa[...]
Mi conse[...]
con pien[...]
Di V.S. i[...]

P.S. Riten[...]
intero [...]

Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo   171.   61

…avrei sommo piacere, che Ella ottenesse una Cattedra
a Padova, e pel suo vantaggio, e perché li averei vicino,
e perché avrebbe un valente collega, ch'é il Sig.
Ab. Nicolai Professore di Analisi. Ma come le scrissi
presentemente non é vacante veruna Catedra di
Matematica, o di Filosofia, ed io non la consiglio a
lasciare il certo per l'incerto, tanto più che possono
passare parecchi anni prima che venga il caso.
Il mettere in buona vista la sua Persona al Sig. Procu:
rator Tron può giovarle molto in caso di una vacanza,
la quale non si sa quando sia per nascere. Intanto
il Sig. Procuratore sarà informato del suo valore
nelle matematiche discipline, ed accadendo la
vacanza, si stringerà il maneggio. Ella dunque
seguiti a trattenersi in Segovia, sintantoché
le si presenti l'opportunità di un impiego lucroso,
che basti al suo decente mantenimento, ed alla
compera de libri necessarj alla sua Professione.
Accolga questi miei sentimenti provenienti dalla
stima, ed amicizia, che nutro per Lei, e si assicuri
che sono, e sarò sempre

Di V. S. Illma

Treviso 16. Agosto 1766

…o Sig. Pietro Giannini.
Segovia

Aff.mo Ser.re ed Amico
Giordano Riccati

…è riuscito di conseguirlo in | Baratto.

…r Giordano Riccati | Treviso |

164 172

quando le

Il Colonello

di somma

Torino .

l'abbia .

verame

questa

Mi conse

con pien

di VS

P.S. Riten

intero g

3

lav:
rito
Bar:
erio
uro
Dio
po:
ro:
uro,
hano.
nta,
non

...iò è riuscito di conseguirlo in Baratto.

...r Giordano Riccati / Treviso/

184
quando se
Il Colonello
di somma
Torino .
l'abbia
veramen
questa
Mi conse
con pien
Di VS

PS. Riten
intero g

Ill.mo Sig.r Conte Prone Stimo   175   61

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Colmo   173

A forma degli ordini contenuti nella fav.ma
lettera di V.S. Ill.ma de 11 Corr.te E restato servito
della provvista d'un Esemplare del Doni Lyra Bar=
berina in 2. Vol. fol.; e questo glie lo porterò io a Venezia
al mio nuovo ritorno che farò a quella parte, come uno
dei Procacci di S.A.R., che seguirà deve Se a Dio
piace il dì 9. dell'entrante Mese di 7mbre, ed Ella po=
trà mandare a riceverglielo alla Posta di Firenze do=
po il dì 13. e fino al dì 16. del detto Mese venturo,
e ne potrà rimettere il Prezzo in L.e 30.— nro, o siano
L. 33.— Venete, sperando che ne sarà V.S. Ill.ma contenta,
poichè si vede notato nei Cataloghi L.e 45.—, e non
mi è riuscito di conseguirlo in Baratto.

S.r Giordano Riccati | Treviso |

184
quando le
il colonello
di somma
Torino .
l'abbia .
ven 174
que
Mi
con
di

P.S. :
inte

Ed augurandomi nuove occasioni di poterla
Servire con tutto l'ossequio ho l'onore di segna
mi

Di V.S. Ill.ma

Firenze 19. Agosto 1

Dev.mo Obb.mo Ser
Giuseppe Mo

Ill.mo Sig.r Conte Pron.e Stim.o 175 61

4

All' Ill.mo Sig. Sig. Pron Col.mo
Il Sig. Giordano Riccati

Treviso

Ill.mo Sig.r Conte Pron.e Stim.o

Un Professore di Pavia non intendendo un passo di Bezout, me lo ha trascritto, perchè io glielo spieghi, ma in verità nemmen io ho potuto intender niente. Quello che non abbiam saputo fare nè egli, nè io, lo farà egregiamente V.S. Ill.ma, cui ricorro, facendo uso della consueta di lei bontà. Per altro, se m'attentassi, direi che Bezout sbaglia, fondato sul discorso, che ora le fo, pregandola di osservare la 2.a figura. La linea GH è un piano inclinato, per cui discende un cerchio, che colloco prima nella situazione AhD. Eseguito un minimo movimento il cerchio passa nel sito aHD; e supposto che il punto D di contatto dopo il moto sia passato in d, egli è certo, che sarà Hd=HD. Da d pel centro M conduco il diam.o aMd, che produco fino al piano in F, e da d abbasso su GF la perpendicolare dB. Preso poi l'arco Dh = Hd, e da h eccitata la tangente hE fino al concorso in E col diam.o AD prodotto, sarà hE = FH; DE = Bd. Dunque, secondo l'Autor Francese, la quantità per cui col moto di rotazione, il punto D s'allontana perpendicolarmente dal piano, cioè Bd, meno la dF ossia la DE, sarà eguale alla quantità per cui in questo minimo moto il centro di gravità del cerchio s'accosta perpendicolarmente al piano. Ma supposto C il centro, che si trasferisce in M, la retta CM è una parallela al piano GF, e non vi ha alcun accostamento del centro C al piano. Dunque sarebbe 0 = Bd - dF; il che non può essere, perchè essendo tanto Bd, come dF infinitesime di 2.o ordine verrebbe il lato Bd del triang.o rettang.o BdF ad eguagliarsi all'ipotenusa dF. Io non credo che l'Autore oltre il moto rotante del cerchio voglia mettere in computo anche il moto radente; ma se ciò per forse non sussisterebbe nemmeno la sua proposizione, perchè la diversità consisterebbe unicamente nel supporre l'arco Hd minore

di dichiararmi.

Di V.S. Ill.ma

Siena 25 Ag.to 1780

Um.mo Dev.mo Obb.mo Serv.e

Giuseppe Pazzini Carli

164 176

quando si
Il Colonello
di somma
Torino.
l'abbia
ver
que
Mi
con
Di

P.S.
int

della retta HD, e sussisterebbe lo stesso assurdo. Io la supplico di
esaminare la cosa, ma con tutto e per tutto il suo comodo, e
dirmene il suo parere; e intanto mi onori di qualche suo
veneratissimo comando, e mi creda immutabilmente quale
con tutto il rispetto mi rammento

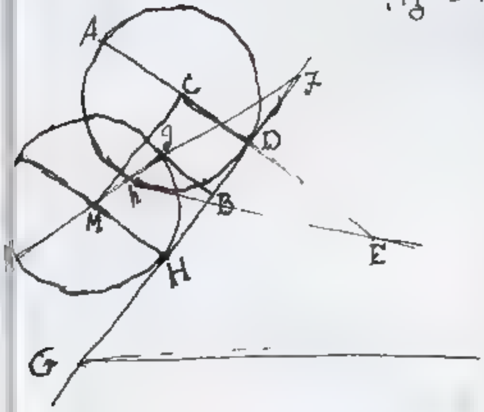
Di V.S. Ill.ma Ferrara li 22 Ag.to 1780

Dev.mo ed Oblig.mo Servo
Gio. Ignazio de Malfatti

177 61

105

Fig. 2a.



au lieu d'être le point d'attouche-
ne pointe, ou sommet d'un angle
que le point D ne quittât pas le
de gravité g, et par consequent
pendiculairment au plan, fût
de rotation en éloigne le point
et courbe, le point d'attouche-
ulement sur le plan, mais en-
t si l'on suppose, que le point
lui, qui touchera le plan, dans
point i on imagine la tangente
diculaire AD, il faudra que
action de la pesanteur ramene-
égale à celle, dont l'accelera-
ment de rotation, tend à en
quantité DK.

... dichiararmi.

Di V.S. Illma:

Siena 25 Agto: 1780

Umilmo Devmo Obbmo Servre

Girolamo Sergardi, ...

5

All' Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron.e Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

p Venezia

Treviso

Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo.   179

Rispondo ad un pregiatissimo foglio di V.S. Illma [illegible] stante di già avere ricevuto l'involto con le copie dodici Prodromo che rispedirò se la Fiera di Sinigaglia non avesse trattenuti i Vetturali che di qui passano a Bologna e che partiranno Lunedì o Martedì [illegible] con la roba per Bologna e per varie parti.

Il suo fagotto l'ho unito ad una balla che spedisco oggi al Sig.r Giuseppe Remondini e Figli di Venezia dai quali procurerà detto involto raccomandando ai medesimi che glene facciano pronta spedizione. Mentre con il vivo desiderio di suoi comandi passo all'onore di dichiararmi.

Di V.S. Illma

Siena 25 Agosto 1780

Umilmo Dmo Obbmo Servo
Giuseppe Pazzini, [illegible]

184
quando
Il Colonello
di somma
Torino
l'abbia
ver 180
que
Mi
con
Di

PS.
inte

Ill.mo Sig.r Cav.re Sig.r Sig.r Pron.e Col.mo

ora

ioni

la pagina

a

ano.

ora

rapva

7 4

All'Ill.mo Sig.re [illegible]

Il Sig.r M.se Gi[illegible]

Venezia

2

184

quando [illegible]

il Colonello

di somma

Torino [illegible]

l'abbia

ver

que

Illi

con

di

P.S. [illegible]

inte

Ill.mo Sig.r Sig.r Sig.r P.ron Col.mo

Mi scrive il M. Antonelli di aver ricevuta la mia Memoria da Padova, e di averla consegnata a V. S. Ill.ma. Io le includo qui le obbiezioni del Sig.r Stratico alla med.ma, e la mia risposta. Ella avrà la pazienza di esaminar tutto, e di esporne il suo giudizio, in cui unicamente riposo. Mi spiace recarle questo disturbo; ma la necessità in cui sono unita alla sua benignità me ne dà il coraggio, sicuro del suo compatimento. Intanto m'inchino umilm.te a V. S. Ill.ma, e mi segno

Di V. S. Ill.ma Sig.r Col.ma

26 Agosto 1780 Codarnetto

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servitore
Giambattista Nicolai

162

Fer
den
ferra
Jo le
jert
mi
sa
Fe
Legg
Dar
se
mun
gars
V. S.
pi
V. S.

Ill:mo Sig:r Sig:r Prone Colmo 163

[...]Ferrara mi viene spedito un Involto con una Lettera di V. S. Ill:ma [...] Venezia dove sono da molto tempo. Io partirò forse sabato per [F]errara, ma se mai mi fermassi quivi a lungo, l'avviserò.

Io le rendo le possibili grazie per il pregiato regalo delle quattro [Dis]sertazioni. Ella non ha bisogno dell'altrui parere, e molto meno [del] mio. La di lei umiltà la fà parlare così per altro in esecuzione [de'] suoi comandi le communicherò al Sig:r Malfatti, che al mio arrivo [i]n Ferrara deve necessariamente anch'Egli esser giunto dalla [V]illeggiatura.

Pur troppo in molte cose ha ragione il Sig:r Conte Barbieri, in molte [p]erò, specialmente nel libro latino intitol:o Errores maximi circa [...] detecti, trovo dei sofismi per troppo vigor delle sende. Non può [n]egarsi per altro, ch'Egli non sia un gran Metafisico.

V. S. Ill:ma si degni di amarmi, di comandarmi, e di credermi [con] pienezza di vera stima, e rispetto

Venezia 29. Agosto 1760

[D]i V. S. Ill:ma

Um:o De:o Ob:o Servitor vero
Antonio Meloni

$y = p \cdot \frac{1}{0}$, ... $= 1 \frac{1}{2} p + q$

164

c'è solo
ina
campa [illegible]

[illegible]

[illegible]

All'Ill:mo e Rev:mo Sig:r Sig:r Pad:ne Col:mo

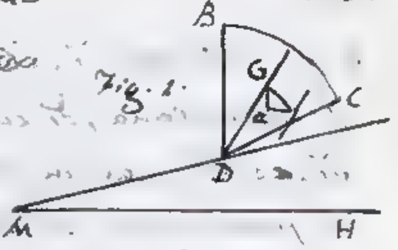
Il Sig:r Conte Giordano Riccati

Treviso

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo (46) 95

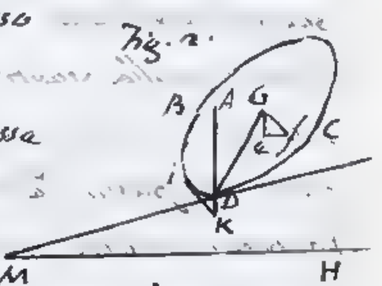
05

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 1765



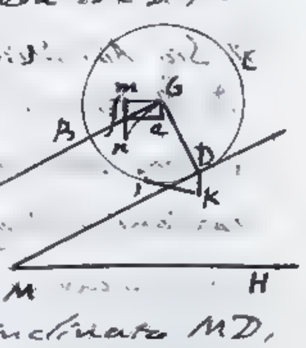
Sembrami chiara la prima parte del passo di M. Bezout. Un angolo ADC si girisse intorno il punto D da C verso B. Sia G il suo centro di gravità, e tirata la linea DG, si supponga che la gravità tenti di movere il detto centro per lo spazietto Gf normale a DG, dimodochè tirata fe orizzontale, Ge verticale, il centro discende per Ge. S'intenda applicata al punto G una forza 7 per la direzione fG: se questa sia di tale misura, onde si abbia $7 \cdot fG = G \cdot Ge$, impedirà essa l'azione della gravità; e l'angolo ADC, come se non fosse grave, si girerà intorno il punto D con velocità costante.

Passiamo ora alla seconda parte del passo di M. Bezout. L'equilibrio fra le due forze G, 7 impedisca in riguardo ad esse qualunque moto del corpo curvo DCB, e perciò rispettivamente alla stessa



si può supporre, che non si cangi il punto D del contatto. Per la qual cosa è concesso di fingere un minimo movimento intorno al punto D, affine di spiegar l'equilibrio nascente dalle equalità delle azioni $7 \cdot fG = G \cdot Ge$, che mutuamente s'impediscono.

Confermo la mia dottrina coll'esempio di una sfera BCD, che discende rotolando lungo il piano inclinato MD. Nel sito DCB sia essa fornita di una data velocità di rotazione.



Al centro G di gravità e della sfera s'intenda applicata una forza 7, la cui direzione fG sia parallela al piano inclinato MD, e

$y = p \cdot \frac{1}{6}$, $x = ...$

i Sig.
u mi por:
ipeta:
ancora
i avesi
di con
i gran:
i è poco
ima
, campe:
ciò
va Eu
Sira
e Riv.
l'ove
pre
elli scapra

e quando sia $7.fG = G.Ge$; la sfera conserverà quel moto di rotazione, di cui è dotata nel sito DCA. Se una sfera discende per un piano inclinato assai lungo, il suo moto è finalmente ridotto equabile dalle resistenze. Ora in tal caso l'aggregato delle resistenze si eguaglia ad 7, onde si abbia $7.fG = G.Ge$.

Ella osservi, che il centro G della sfera cammina per la linea GB parallela al piano inclinato. Se il raggio DG girasse intorno il punto D, descriverebbe in tempo minimo l'archetto Gn, di cui Gf sarebbe tangente, ed il punto G discenderebbe più di quello, che realmente discende, per la lineetta fn infinitesima del secondo ordine. Si segni l'archetto Di = Gn, e tirata la tangente ik, che s'incontri colla verticale Dk nel punto k, sarà ~~[illegible]~~, Dk = fn. Questa riflessione serve a spiegare la seconda parte del passo dell'Autore Francese. Essendo frattanto fn trascurabile relativamente ad nf = Ge, mi è concesso di fingere, che non si muti il punto D del contatto, anche tanto di seguire nel centro di gravità G un minimo movimento intorno al mentovato punto D. [illegible]

Non ho potuto ancora prendere per mano la sua lettera di 15. corrente, essendo impegnato ad esaminare i Principj di un nuovo Calcolo Esponenziale, e Logaritmico per servire il Sig. Ab. Nicolai Professore di Analisi nella Università di Padova. Sbrigato da un tal dovere, mi rivolgerò subito alla stimatissima sua. Ho spedite quattro Dissertazioni al Sig. Ab. Maloni, che la supplico a leggere, ed a comunicarmi il riputatissimo suo parere. Sono col maggiore rispetto. Treviso 31 Agosto 1760. Di V. S. Ill.ma

Sig. Gianfrancesco de' Malfatti.
Ferrara.

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo (46) 95

05

l' Sig.
che por:
:pella:
incover
i rivesi
di con:
fi gran:
i è poco
ina
, tampe:
:lui
da Ecc.a
S.ia
p div:

d' ove

:ne
elli · scopra

$y = p \cdot \frac{1}{0}$

[illegible]
occ[illegible]
re[illegible]
ris[illegible]
li c[illegible]
che[illegible]
Ro[illegible]
Da[illegible]
Ca[illegible]
pj[illegible]
m[illegible]
ha[illegible]
bu[illegible]
av[illegible]
colla[illegible]
Du[illegible]
Si[illegible]
a[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] S[illegible]

Illmo[illegible]

[Ac]ciocchè, se mai le tornasse in animo di dar qualche occhiata alla mia Opera delle Corde, ovvero Fibre elastiche, non l'abbia da dimandare in prestito all'ornatissimo Cavaliere il Sig. Co. Gherardo Rangoni, mi do l'onore di presentargliene una copia coll'occasione, che se ne viene a Modena il Sig. Cav. Cristoforo di Rovero per servire di compagnia alla Sig.ra Co. Giulia della Torre Bellati. Ella conoscerà un dotto, e pulito Cavaliere molto dilettante di Metafisica, e dei Principj di Società dipendentemente per altro dalle massime della vera nostra Religione. Della Geometria ha fatto sotto la mia direzione quello studio, che basta a rettificare la mente, e ha cercato per di arricchirsi di varie e moltiplici cognizioni.

[Co]lla medesima congiuntura spedisco al Sig. Ab. Troili due Dissertazioni, che contengono, una l'esame del Sistema Musico del Sig. Giuseppe Tartini, e l'altra alcune Riflessioni sopra il Libro primo della Scienza teorica, e pratica della Moderna Musica del P. M. Francescantonio Vallotti, pregandolo ad inserirle in codesto Giornale. Sono e sarò sempre Di V. S. Ill.ma

Treviso p.o 8bre 1780. Umil.mo Divot.mo Servitore
Giordano Riccati

[Ill.]mo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli
Modena

Ill.mo Sig. Ab. Domenico Troili. Divot.mo Obbl.mo Servitore
Modena Giordano Riccati

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p + q}$;

Ill.mo Sig. Ab. Domenico Troili.
Modana

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

$y = p \cdot \frac{1}{0}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{0} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$;

Illmo Sigre Sigre Pnone Colmo 149

Adempio la promessa fattale lo scorso Marzo, e col mezzo del Sig. Cav. Cristoforo di Rovero spedisco a V.S. Illma due Acustiche Dissertazioni, che contengono, una l'esame del Sistema Musico del Sig. Tartini, e l'altra alcune Riflessioni sopra il primo Libro della Scienza teorica, e pratica della Moderna Musica del P. M. Vallotti. Di tali Dissertazioni, e di quella che le ho inviata il passato Marzo, la supplico a farne tirare a parte cinquanta copie, onde si possano unire in un Tometto, che comprenderà i più importanti principj della Musica, e del Contrappunto, ed io supplirò alla spesa. Le raccomando i miei complimenti allo stimatissimo Sig. Ab. Tiraboschi, ed offerendomi ai suoi pregiatissimi comandi, con pienezza di ossequio mi dichiaro

Di V.S. Illma

Treviso 2. 8bre 1760.

Illmo Sig. Ab. Domenico Troili.
Modena

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

Ill.mo S. Sig. P.rone   191   95   05

... Sig.
... mi por=
... sperar=
... ancora
... rivedi
... di con=
... gran=
... è stato
... ma
... stampa=
...
... va E...
...
... Riv.

... ore

... re
... elli scapua

$y = p \cdot \frac{1}{a}, \quad z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{a} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$

Ill.mo Sig. Sig. P.rone Col.mo

Sig. Sig. Schiopalalba ho già ricevuto le lire quattro; e trattandosi di picciola cosa ho giudicato meglio non importunarla per questo con una lettera. In vista de' suoi comandi mi sono portato al Negozio Remondini, ed ho ricevuto il Pagoro per V.S. Ill.ma proveniente dalli Sig.ri Pazzini Carli di Siena; al che mi fu risposto, che i suoi prodotti di provenienza era stato spedito sinora al loro Negozio, e che al caso, ch'essi spedissero, e vi fosse il Pagoro, senz'altro non averebbero mancato di consegnarmelo. Questo è quanto posso dirgli in risposta di sua stimatissima, mentre col desiderio di po[ter]... ... ...

...llo. e protestarmi

Di V.S. Ill.ma

Bassano li 5 7bre 1780

Suo Dev.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Cole...

credibile a chi non avesse esperienza, quanti ostacoli incontrino le imprese lo... ...ove devoti. Ma io non voglio perdere la speranza. V. S. Ill.ma mi conservi sempre nel numero de' suoi, perché veramente io mi pregio d'essere suo Umil.mo Divot.mo ed Obbl.mo Servitore

Milano Collo Imp.le de' Nobili 9. Settembre 1780.

Giovanni ... B.

elli scopra

$y = p \cdot \frac{1}{o}, \quad z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$

(margin:) ... Sig. ... mi por... speran... ancora ... vede ... ...ezza ... è ... ... campa... ... va ... ...

... Venej

il Sig.
... mi por=
... speta=
... ancora
... averò
... di con=
... ... gram=
... è stato
... ima
... tempe.
... ...
... va ...
... ...
... ... div=

credibile a chi non avesse esperienza, quanti ostacoli incontrino le imprese lo... ...ore
...evoli. Ma io non voglio perdere la speranza. V. S. Illma mi conservi sempre
nel numero de' suoi, perché veramente io mi pregio d'essere con ... ed ...
Umil.^{mo} Divot.. e d Obbl.^{mo} Servitore
Milano Collo Imp.le de' Nobili 9. Settembre 1780.
Giovanni Serb... B... elli ... scapra

$$y = p \cdot \frac{1}{o}, \quad z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}p^2 + q};$$

Al Nob.e Sig.r Sig.r Pat.n Col.mo
Il Sig.r Giordano Co: Riccati
Treviso

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo

193

193

Ill.mo Sig.re Sig.r Pron Col.mo

Rompo il lungo silenzio, che è passato tra di noi, nell'atto, che invio a Venezia una mia nuova operetta, la quale molto desidero, che ottenga il suo favorevole giudizio; ma in ogni modo V. S. Ill.ma si degnerà comunicarmi liberamente il suo sentimento, siccome è nostro costume, perché qualunque sia, mi sarà d'istruzione. Ho veduto nel Prodromo della nuova Enciclopedia il suo nobilissimo articolo intorno al suono falso; e so, che il nostro Padre Lettore Beccaria, e il regio professore di Pavia Padre Fontana, eccellenti calcolatori l'uno, e l'altro l'hanno ammirato assaissimo. In questo Inverno pubblicherò il programa per la stampa de' miei salmi, e vedrò se la fortuna mi vorrà favorire nelle associazioni. Cinque sono già fatti, e spero, che prestamente avrò eziandio il resto, che già è cominciato. Desidero udir nuove della sua preziosa persona, e della stampa della sua opera grande, e di tutti gli altri studj suoi, perché son certo, che l'ingegno suo inventivo, e fecondo non si starà in riposo. Non è credibile a chi non avesse esperienza, quanti ostacoli incontrino le imprese lodevoli. Ma io non voglio perdere la speranza. V. S. Ill.ma mi conservi sempre nel numero de' suoi, perché veramente io mi pregio d'essere

Milano Colle Imple de' Nobili 9. Settembre 1780.

Umil.mo Divot.. ed Obbl.mo Servo
Giovenale Sacchi B.

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo

05

…mi sia Sig.
…pagna mi por=
…gue digesta=
…pevo ancora
… non le avesi
…gione di con=
…suete si stam=
… che è posto
…i la prima
…e. Si stampe=
…
…ne va …
… Sig. …
… …

…sto …
…
…rvitore
Novelli · scapua

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

12

All' Ill.mo Sig.re Sig.r Pron Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron̄e Col.mo

[illegible] di questo mese, [illegible] dal Sig. [illegible] e [illegible] mai [illegible] per la campagna mi portai all'albergo [illegible] il Sig. Cav. e riscuoter le sue dissertazioni. Non avendo [illegible] di trovarlo in casa, ci passerò ancora questa mattina [illegible] per la campagna; e se non lo troverò in casa neppur questa mattina, lascerò ad altri la commissione di consegnarli [illegible] le dissertazioni. Queste si stamperanno [illegible], giacchè nel 10.° ch'è sotto [illegible] manderà avanti la prima serie [illegible], [illegible] dal Sig. Malfanti. Si stamperanno [illegible] separate, che le spedirò [illegible] anno [illegible] de' [illegible]; che va [illegible] a questo [illegible] [illegible] mi consegnò [illegible]

[illegible] Ill.mo

[illegible]

Obb.mo ed Obbl.mo Servitore
Domenico Troili.

[illegible]

V.mo Umilissimo servitore
Giambatista Novelli · scapra

$y = p \cdot \frac{1}{0}, \quad z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{0} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

0 5

Vmilissimo servitore
Giambatista Novelli · scapua

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

[illegible]
[illegible]

Nob.le Sig.re Sig.re e Pro.n Colmo 199 205

197.

Ill.mo Sig. Sig. Pron Col.mo

Ho l'onore di rassegnarmi a V. S. Ill.ma, e di parteciparle essermi pervenuto ultimamente dal Sig. Lelio dalla Volpe di Bologna un fagotto di libri con ordine dell'Amico stesso di regolarne la disposizione a norma de' di Lei comandi, e di valermi delle spese di trasporto e Dogana. Queste consistono in £ 5:10 — Pronto rimango all'ubbidienza sua, e con pienezza d'ossequio mi segno

di V. S. Ill.ma

Ven.a 18. 9bre 1780

Umilissimo servitore
Giambatista Novelli

scapra ...

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$;

Nob.e Sig.mo Sig.re e Pro.ne Col.mo

scopre

$y = p \cdot \frac{1}{o}, \quad z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$

Al Nobile Sig. Sig. Pron Col.mo
Il Sig. Co. Giordano Riccati
Treviso

Nob.le Sig.re Sig.re e Pro Colmo 199 205

Può ben essere Ella persuasa, Nob.le e Ch. Sig.r Conte, che io reputi per me un grande onore quello de' suoi pregiatissimi comandi; e perciò mi lusingo che non vorrà a colpa veruna volontaria ascrivere la lunga dilazione di questa risposta all'umanissimo di Lei foglio de' 10. del corrente mese. La lusinga di ricuperare di giorno in giorno l'involto dalla posta di Firenze ne fu la cagione; ma non mi riuscì d'averlo che questa sera, nella quale subito la rendo avvisata; affinchè mi ordini a chi dovrò consegnarlo, perchè le sia prontamente recato costì. Ho già contato al Sig.r Molini le £ 37; ed aveva prima pagato allo stesso le quattro pel Tomo XIX: del Giornale di Modena. Non si prenda però Ella verun pensiero per questo; giacchè nel prossimo venturo Ottobre avrò l'onore di riverirla costì personalmente, e salderemo la piccola partita. Io mi auguro la sorte di poterla servire; e me le offerisco con tutto l'anima, perciocchè co' sentimenti del più riverente ossequio mi pregio d'essere veracemente

Di Lei Nob.le e Ch. Sig.e

Venezia. 20. 7bre 1760.

Umil.mo Ossequios.mo Obblig.mo Servid.re

Giambattista Scheppalabla

corpi solidi dentro dai mezzi fluidi. Inoltre nel Tomo XX. del Giornale di Modena si pubblicherà una mia Dissertazione architettonica sopra la figura e ... lo

, si scopre

$y = p \cdot \frac{1}{o}, \quad z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q};$

morire nei
corpi solidi dentro dai mezzi fluidi. Tomo XX. dal Giornale di Modana si pubblichava una mia Dissertazione architettonica sopra la figura, e
lo

, si scopre

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

ogga
mo
la
Uo
ne
ch'
Ass
V.
all
più
qu
ass
pa
sta
al
e u
Diss
o
e
da
co
To
m

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 203

205

...damma alcune riflessioni alla Z.a a 1

Molto Revdo Pre Sigre Sigre Prone Colmo 201

leggerò molto volontieri la sua nuova Opera, ed avrò
motivo di ~~imparare, quel~~ ammirare, e di apprendere.
La natura del Suono falso non era stata posta in chiaro.
Una corda per esempio rende un Suono falso, quando
non si può accomodare ad una di quelle curve,
ch'io chiamo equilibrate, ed isocrone. Fra gli
Associati per lo acquisto de' suoi Salmi, supplicherei
V. R. a notare anche il mio nome. Quanto poi
alla stampa della mia Opera sopra le leggi del Contrap=
punto; il M.S. è in mano del Sig. Ab. Ximenes, il
quale ha un trattato coi Sigri Fratelli Bindi di Siena
assai inoltrato, ma di cui non mi ha ancora partecci=
pata la conchiusione. Il Sig. Ab. Meloni Ferrarese
stampa una nuova Raccolta di Opuscoli, di cui sino
al presente ne sono usciti cinque Tomi. Nel quarto,
e nel quinto di questi Tomi sono inserite due mie
Dissertazioni. Tratta la prima del moto di discesa,
o di ascendimento dei corpi solidi immersi nei mezzi fluidi,
e à seconda dei due generi di resistenze, che nascono
dalli riserva della materia, e ritardano il moto dei
corpi solidi dentro dei mezzi fluidi. Inoltre nel
Tomo XX. del Giornale di Modena si pubblicherà una
mia Dissertazione architettonica sopra la figura, e
lo

, si scopre

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$

202

lo spiccamento dagli archi, e nei susseguenti Tomi si stampavano tre Dissertazioni, che contenevano gli esami dei Sistemi musici di M. Rameau, del Sig. Tartini, e del P. M. Vallotti. Ho pregato i Sig.ri Giornalisti di farne trovare a parte cinquanta copie di queste Dissertazioni per regalarle ai Dilettanti di Musica, e fra questi a V. R.

Or ecco per obbedirla un minuto conto di mia persona che grazie a Dio gode buona salute, ed è sempre disposta a' suoi preziosi comandi, pregandomi di essere a tutte prove

Di V. R.

Treviso 22. 9bre 1760

Molto Rev.do P. D. Giovenale Sacchi. Milano

Umil.mo Divot.mo ed Obbl.mo Ser.
Giordano Riccati

[illegible] alcune riflessioni alla 2.a a ,

= q

, si scopre

$y = p \cdot \frac{1}{o}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{o} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

dattata alcune riflessioni alla Fig.a 2.a, che serviranno per mettere in maggior lume l'astruso problema, di cui si tratta; ma queste non le ho ancora trascritte, e perciò mi riservo di spedirgliele la settimana ventura. Intanto le rimando la carta delle Fig.re e l'intero foglio come Ella mi ha comandato. La falsa posizione, o sia l'attentazione è senza dubbio il miglior mezzo per ri= trovare il valore di 6. Io mi sono utilmente servito di questo metodo per esprimere in numeri i suoni, che rende un cilindro, e per determinare la posizione dei nodi relativi ai varj suoni. I calcoli sono lunghi, ma con pazienza si giunge ad una fisica esattezza. Tengo fra i miei libri cinque Tomi dell'Accademia di Torino, e non so se ancora il sesto Tomo sia uscito. Il Sig. Colonnello Lorgna ha pubblicato in Verona l'anno 1775. Specimen de Seriebus Convergentibus nel quale ha avanzate le dottrine di mio fratello. Egli è di uopo dire, che posteriormente abbia fatte delle nuove scoperte. Prenderò informazione, e tosto che sia pubblicato il sesto Tomo, ne farò provvisione. Mi continui l'onore dei suoi comandi, e mi creda

#4

Di V.S. Illma

Treviso 22 9bre 1780.

Al Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitor V.o
Giordano Riccati

$x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$ divisa [illegible]

parsi [illegible] così naturali $y = \frac{1}{2}p$,

$z = \pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$; facendo $n = \infty$, si

trova $y = 0$, $z = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$; e mettendo $n = 0$, si scopre

$y = p \cdot \frac{1}{0}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{0} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

$= q$

$x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$, divisa ...

parti divisi così naturali $y = \frac{1}{2}p$,

$z = \pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$; facendo $n = \infty$, si

trova $y = 0$, $z = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$; e mettendo $n = 0$, si scopre

$y = p \cdot \frac{1}{0}$, $z = \frac{1}{2}p - p \cdot \frac{1}{0} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

Di un nuovo Calcolo Esponenziale e Logaritmico del Sig. Abate Giambattista Nicolai

§ 15. Il metodo Cardanico richiede, cioè colla sostituzione di x in cambio di $z+y$ le espressione $z^2+2zy+y^2$ si renda simile alla $px+q$. Si ottiene ciò in infinite maniere, e primieramente sia $n\cdot(zy+y^2) = ny\cdot(z+y) = nyx = px$. Poichè $z^2+2zy+y^2 = px+q$, avremo $ny\cdot(z+y)+z^2+2zy-nyz+y^2-ny^2 = px+q$; ma $ny\cdot(z+y) = nyx = px$; dunque $z^2+(2-n)\cdot zy+(1-n)\cdot y^2 = q$. In cambio di y pongo il suo valore $\frac{p}{n}$ suggeritomi dall'equazione $ny=p$, e mi si presenta $z^2+(2-n)\cdot\frac{pz}{n}+(1-n)\cdot\frac{p^2}{n^2} = q$, equazione che risolta mi dà $z = \left(\frac{n-2}{2n}\right)p \pm \sqrt{\left(\frac{4-4n+n^2}{n^2}\right)\frac{p^2}{4}+q}$ $\pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$: ma $y = \frac{p}{n}$; dunque $z+y = x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, che sono le vere radici dell'equazione

$x^2 = px+q$.

La più congrua supposizione determina $n=2$, dandoci assai $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, divisa nelle sue parti così naturali $y = \frac{1}{2}p$, $z = \pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$. Facendo $n = \infty$ si trova $y = 0$, $z = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$; e mettendo $n=0$, si scopre $y = p\cdot\frac{1}{0}$, $z = \frac{1}{2}p - p\cdot\frac{1}{0} \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$.

Ponendo $n(zy+z^2) = nz(y+z) = nzx = px$ nulla si trova di nuovo, ripermutandosi soltanto i valori di y, e di z, presentandosi

$z = \frac{p}{n}$, $y = \left(\frac{n-2}{2n}\right)p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$

Passo ad un altra ipotesi, e mettendo $n(z^2-y^2) = n\,\overline{z-y}\cdot\overline{z+y} = n\,\overline{z-y}\cdot x = px$, ne deduco $\frac{p+ny}{n} = z$. In tal circostanza troverò $q = z^2+2zy+y^2-nz^2+ny^2 = (1-n)z^2+2zy+(1+n)y^2$. Sostituisco in cambio di z il suo valore, e mi si presenta $q =$

$(1-n)\left(\frac{p^2+2npy+n^2y^2}{n^2}\right)+\frac{2py+2ny^2}{n}+(1+n)y^2$

$= 4y^2+\frac{2-n}{n}\cdot 2py+\frac{1-n}{n^2}p^2$. Il maneggio di questa formola determina

$y+\left(\frac{2-n}{4n}\right)p = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, e perciò

$y=\left(\frac{n-2}{4n}\right)p \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$; ma per la formola

$\frac{p+ny}{n}=z$, ossia $y+\frac{p}{n}=z$

dunque $z = \left(\frac{n+2}{4n}\right)p \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, e finalmente

$y+z=x=\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$

Anche qui la maggiore semplicità richiede $n=2$, trovandosi in tale ipotesi

$y=\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, $z=\frac{1}{2}p\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$. Se $n=\infty$, ne risulta $y=z=\frac{1}{4}p\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$; e se $n=0$, ne proviene $y=\frac{1}{4}p-\frac{p}{2\cdot 0}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$

$z=\frac{1}{4}p+\frac{p}{2\cdot 0}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$

Se stabilirò $n(y^2-z^2)=n\,\overline{y-z}\cdot\overline{z+y}=n\,\overline{y-z}\cdot x=px$ sarà soltanto a permutare i valori di z, e di y, trovandosi $z=\left(\frac{n-2}{4n}\right)p\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$,

$y=\left(\frac{n+2}{4n}\right)p\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$

Determinando $px = 4yz$, quantità, che non è divisibile per $y+z=x$, non si ottiene con semplicità il fine contemplato dal metodo Cardanico; ed infatti questa supposizione impropriamente ci guida ad una formola del quarto grado $4y^4 - 4py^3 + (p^2 - 4q)\cdot y^2 + qp^2 = 0$. Bello è il metodo di fare $2zy = \frac{(z+y)^2}{m}$, onde si abbia $\frac{(z+y)^3}{m} = p\cdot(z+y)^2$, ossia $z+y = mp$; ma $z^2+y^2 = (z+y)^2 - 2zy = (z+y)^2 - \frac{(z+y)^2}{m}$; dunque $z^2+y^2 = \frac{m-1}{m}\cdot(z+y)^2$. E perchè $z^2+y^2 = q$, sarà $q = \frac{m-1}{m}\cdot(z+y)^2$, ed essendosi stabilito $z+y = mp$, avremo $q = (m^2-m)\cdot p^2$, e quindi $\frac{q}{p^2} = m^2-m$. Risolta questa equazione, ritrovasi $m = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$; ma $z+y = x = mp$; dunque $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, che sono i due genuini valori di x.

Vado presentemente in traccia del valore di y. Giacchè $z^2 + 2yz + y^2 = 2mzy$, sarà $z^2 + (+2-2m)y\cdot z + (1-2m+m^2)\,y^2 = (m^2-2m)\cdot y^2$ e quindi $z + (1-m)\cdot y = \pm y\sqrt{m^2-2m}$, ovvero $z = (m-1 \pm \sqrt{m^2-2m})\cdot y$. Passo all'analogia $z : y :: m-1 \pm \sqrt{m^2-2m} : 1$, e ne raccolgo $z+y = mp : y :: m \pm \sqrt{m^2-2m} : 1$, ossia $p : y :: 1 \pm \sqrt{\frac{m-2}{m}} : 1$. Avremo dunque $y = \frac{p}{1 \pm \sqrt{\frac{m-2}{m}}}$, e sostituendo in cambio di m il suo valore

$$y = \frac{p}{1 \pm \sqrt{\dfrac{-\frac{3}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}}{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}}}} = \frac{p\sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}}}{\sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}} \pm \sqrt{-\frac{3}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}}}.$$

Si scoprirà il valore di z mediante l'analogia $z : z+y = mp :: m-1 \pm \sqrt{m^2-2m} : m \pm \sqrt{m^2-2m}$ ovvero $z : p :: m-1 \pm \sqrt{m^2-2m} : 1 \pm \sqrt{\frac{m-2}{m}}$, che ci dà l'equazione

$$z = \frac{p\,(m-1 \pm \sqrt{m^2-2m})}{1 \pm \sqrt{\frac{m-2}{m}}} =$$

$$= \frac{p\,(\overline{m-1}\sqrt{m} \pm m\sqrt{m-2})}{\sqrt{m} \pm \sqrt{m-2}}$$; Sostituisco in luogo di m il suo valore, e mi si presenta

$$z = p\,\frac{\left(-\frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}\;\sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}\cdot \pm\sqrt{-\frac{3}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}}\right)}{\sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}} \pm \sqrt{-\frac{3}{2} \pm \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}}}$$

I valori assai composti di y, e di z, ed in moltissimi incontri ancora immaginarj, mostrano chiaramente l'imperfezione dell'ipotesi $px = 2zy$. Se ne deduce tuttavia un importante corollario favorevole al metodo Cardanico, cioè che quantunque le parti y, z siano immaginarie, la loro somma $y+z = x$ è reale, posto che l'equazione $x^2 = px + q$ sia fornita di radici reali.

§ 29. Non si può accordare, che sia $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$, perchè ~~nascono~~ espressioni che si fanno nascere, quella dal supporre k impariter par, e questa dal supporre k pariter par, nella formola $\left(\frac{(-1)^{\frac{k}{2}} + \sqrt{(-1)^k + (-1)^{k-1}\cdot q}}{(-1)^{\frac{k}{2}} - \sqrt{(-1)^k + (-1)^{k-1}\cdot q}}\right)$. Ma dirà il Sig. Arcip. io ho generalmente provato $\left(\frac{(-1)^{\frac{k}{2}} + \sqrt{(-1)^k + (-1)^{k-1}\cdot q}}{(-1)^{\frac{k}{2}} - \sqrt{(-1)^k + (-1)^{k-1}\cdot q}}\right) = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$; dunque i due valori nati dalle ipotesi di k impariter par, e pariter par devono esser eguali +. Essendo nelle ipotesi di k impariter par, e pariter par $(-1)^k = 1$, $(-1)^{\frac{k}{2}} = \sqrt{1}$, troveremo $\left(\frac{(-1)^{\frac{k}{2}} + \sqrt{(-1)^k + (-1)^{k-1}\cdot q}}{(-1)^{\frac{k}{2}} - \sqrt{(-1)^k + (-1)^{k-1}\cdot q}}\right) = \frac{\sqrt{1}+\sqrt{1-q}}{\sqrt{1}-\sqrt{1-q}}$, quantità che si eguaglia a $\frac{\pm 1+\sqrt{1-q}}{\pm 1-\sqrt{1-q}}$ potendo essere $\sqrt{1} = \pm 1$. Benchè questi valori traggano l'origine

+ dalla stessa formola in ambe le mentovate supposizioni, non può sostenersi, che siano eguali, in quella guisa che non è $x = -x$, quantunque e l'uno, e l'altro nasca da $\sqrt{x^2}$.

§ 30. A questo paragrafo si applichi lo stesso discorso usato nel precedente.

§ 31. Negando io la verità dell'equazione $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$

$\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$; non posso ammettere qual ripiego, con cui si cerca di salvarla, facendo passare il coefficiente in esponente nel seguente modo

$$\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}} = \frac{-1+\sqrt{1-q}}{-1-\sqrt{1-q}} = \frac{-1\cdot \overline{1-\sqrt{1-q}}}{-1\cdot \overline{1+\sqrt{1-q}}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}^{-1} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$$

. Non si accorda ciò colle superiori dottrine (fatte avvertire prima), le quali insegnano essere $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}} = \overline{\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}}^{-1}$, e non già $\overline{\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}}^{-1}$.

32a. Il Sig. Prof. perviene alla formola

$$\frac{g^k+\sqrt{g^{2k}+g^{2k-2}\cdot q}}{g^k-\sqrt{g^{2k}+g^{2k-2}\cdot q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}.$$

Si faccia $g=\sqrt{-1}$, e si troverà

$$\frac{(-1)^{\frac{k}{2}}+\sqrt{(-1)^k+(-1)^{k-2}\cdot q}}{(-1)^{\frac{k}{2}}-\sqrt{(-1)^k+(-1)^{k-2}\cdot q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$$

Fatta la divisione per $(-1)^{\frac{k}{2}}$ avremo

$$\frac{1+\sqrt{1+(-1)^{-2}\cdot q}}{1-\sqrt{1+(-1)^{-2}\cdot q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$$

: ma $(-1)^{-2} = \frac{1}{(-1)^2} = 1$;

Dunque $\frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$, conseguenza, che non si accorda col vero. La predetta formola egli la deriva da quella del § 28 che è giusta, e che qui riporto

$$\left(\frac{1+\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}{1-\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{-q} = g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$$

Fatta $g=\sqrt{-1}$ si trova

$$\left(\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{-q} = \sqrt{-1}+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}$$

, e perciò

$$\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{2-q+2\sqrt{1-q}}{q} = \frac{1}{q}\cdot\left(1+\sqrt{1-q}\right)^2$$

Moltiplico e divido per $\overline{1-\sqrt{1-q}}$, e trovo

$$\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1}{q}\cdot\left(\overline{1+\sqrt{1-q}}\cdot\overline{1-\sqrt{1-q}}\right)\cdot\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}:$$

ma $\frac{1}{q}\cdot\overline{1+\sqrt{1-q}}\cdot\overline{1-\sqrt{1-q}} = 1$; dunque $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$,

e non già $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}$.

= § 33. Io trovo $(-1)^{\frac{2}{4}-\frac{2}{4}} = \frac{(-1)^{\frac{2}{4}}}{(-1)^{\frac{2}{4}}} = 1$, cioè a dire soltanto uguale all'unità positiva. Egli è ben vero, che $(-1)^{\frac{2}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} = \begin{cases} +1 \\ -1 \\ +\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-1} \end{cases}$; ma quando divido $1^{\frac{1}{4}}$ per $1^{\frac{1}{4}}$, egli è di uopo, che attribuisca ad $1^{\frac{1}{4}}$ lo stesso valore onde ne risulti $\frac{1^{\frac{1}{4}}}{1^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{1} = \frac{-1}{-1} = \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}} = \frac{-\sqrt{-1}}{-\sqrt{-1}} = 1$. Veggasi ciò che dico di $(-1)^0$ al §. 61.

= § 35. A me si presenta la seguente serie di quantità uguali $\frac{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+q}} = \frac{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}} = \frac{1-\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}{1+\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$. Il Sig. Arcip. ommette un termine di più $\frac{1-\sqrt{\frac{-1}{-1}+\frac{q}{-1}}}{1+\sqrt{\frac{-1}{-1}+\frac{q}{-1}}}$, che non approvo ~~non accorda col vero~~;

Lo deduce egli dalla formola $\frac{1-\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}{1+\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}$, portando dentro il segno radicale la quantità $\frac{\sqrt{-1}}{-1}$ alzata al quadrato, e con ciò mutando il segno del secondo termine nel numeratore, e nel denominatore, lasciando intatto il segno del primo termine, il che senza dubbio turba l'egualità. Con tal maniera di operare si suppone non rettamente ~~[illegible]~~ $-\sqrt{1-q} = +\sqrt{1-q}$

= § 36. La riflessioni fatte confutano anche questo paragrafo.

= § 37. Se fosse vera l'equazione $\left(\frac{1+\sqrt{1-q}}{q}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1-\sqrt{1-q}}{q}\right)^{-\frac{1}{2}}$ si avrebbe $\frac{(1+\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}} = \frac{q^{\frac{1}{2}}}{(1-\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}}}$, e quindi $(1+\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}}\cdot(1-\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}} = q$; ma $(1+\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}}\cdot(1-\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}} = q^{\frac{1}{2}}$; dunque $q^{\frac{1}{2}} = q$, il che generalmente è falso. L'equazione giusta si è $\frac{(1+\sqrt{1-q})^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{4}}} = \frac{(1-\sqrt{1-q})^{-\frac{1}{2}}}{q^{-\frac{1}{4}}}$

§ 39.

§ 39. Ho già detto, che non posso ammettere la trasformazione di $-1\left(\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}\right)^{\frac{m}{2}} = \left(\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}\right)^{-\frac{m}{2}}$.

§ 40. Non può mai essere $\sqrt{1-q} = \pm\sqrt{1-q}$, $-\sqrt{-1+q} = \sqrt{-1+q}$ ora e l'artifizio, che si usa per provarlo, è fondato sull'equivoco di usare $\sqrt{-1}$ piuttosto col segno + che col segno −. $\pm\sqrt{1-q}$ sono radici della medesima potenza $(1-q)^{\frac{1}{2}}$, ma ciò non basta perchè passi fra loro eguaglianza. Ho di sopra notato ± 1, $\pm\sqrt{-1}$ essere radici della stessa potenza $1^{\frac{1}{4}}$. Or e chi s'affermerà mai $\pm 1 = \pm\sqrt{-1}$, cioè a dire il reale uguale all'immaginario?

§ 41. L'egualità, che si propongono nel precedente paragrafo, si provano col mezzo del § 40, il quale non sussistendo, cadono con esso anche le dette egualità.

§ 42. Afferma il Sig. Arcip. $\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \left(\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}\right)^{\sqrt{-1}}$. Fatta $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = p$, si avrebbe $p = (p)^{\sqrt{-1}}$, e quindi $1 = (p)^{-1+\sqrt{-1}}$ ma $(p)^0 = 1$; dunque $-1+\sqrt{-1} = 0$, e perciò $1 = \sqrt{-1}$, ch'è la conseguenza assurda provata nel § 40. Vuole inoltre $\sqrt{-1} = 1^{\sqrt{-1}}$. Nella formola $p = (p)^{\sqrt{-1}}$ si faccia $p = 1$, onde ne risulti $1 = 1^{\sqrt{-1}}$: ma abbiamo altresì $\sqrt{-1} = 1^{\sqrt{-1}}$; dunque come sopra $\sqrt{-1} = 1$.

§ 43. L'equazione di questo paragrafo è falsa, perchè dedotta dalla formola non ammissibile $\frac{1+\sqrt{-1+q}}{1-\sqrt{-1+q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$ del § 33. Si avvererebbe questa equazione se fosse $\sqrt{-1} = 1$.

§ 44. La stessa formola di un tal paragrafo non è vera, perchè dipende da quella del § 43.

212

= § 45. Ho già notato di sopra, che $(-1)^{\frac{2}{4}} = (1)^{\frac{1}{4}}$ può ricevere i quattro valori $\pm 1, \pm\sqrt{-1}$.

= § 46. Quando si trova, che per esempio x ha più radici, non si può dire, che la stessa quantità ~~...~~ si presenta sotto la forma di positiva, e di negativa, di reale, o di immaginaria; ma bisogna affermare che x ha valori diversi positivi, negativi, reali, immaginarj; i quali se si suppongono eguali si cade in paralogismo, qual mente ho notato ne' precedenti paragrafi.

= § 47. Avverto che $(1)^{\frac{1}{2}}$ ha le due radici ± 1, e che quantunque sembri che $(1)^{\frac{2}{4}}$ sia lo stesso che $(1)^{\frac{1}{2}}$, ciò non è vero, perchè se prima si alza al quadrato, e poi si estrae la quarta radice $(1)^{\frac{2}{4}}$ ha quattro radici $\pm 1, \pm\sqrt{-1}$, fra le quali le due ultime non appartengono a $(1)^{\frac{1}{2}}$. Il Sig. Suzzi è caduto in paralogismo alzando al quadrato l'equazione del terzo grado, e credendo che la radice trovata spettasse all'equazione del terzo grado, mentre soltanto spettava a quella del sesto.

= § 48. Quando $q > 1$, abbiamo $(1 + \sqrt{1-q})^k = (1 \pm \sqrt{-1}\sqrt{q-1})^k$, quantità, che falsamente si afferma poter sempre avere due valori reali. Posto $k = 1$, ne risultano due valori che sono certamente immaginarj. Conchiude il Sig. Arap. esser falsa la formola del § 40 su cui fonda la sua asserzione.

= § 49. Il ch. Autore dai suoi raziocinj è condotto a credere, che $\sqrt{q}^k$ abbia quattro valori $\pm\sqrt{q}^k$ $\pm\sqrt{-1}\sqrt{q}^k$ qualunque sia il valore di k. Se $k = 1$ $q^{\frac{1}{2}}$ ha due soli valori $\pm\sqrt{q}$, esclusi gli altri due $\pm\sqrt{-1}\sqrt{q}$, essendo falsa la formola $\mp q^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{q}$ ~~ossia ...~~ perchè alzata alla seconda potestà

mi

mi dà $q=-q$ [?], ci sia usatur. $1=-1$.

§ 50. 51. 52. 53. La confutazione di tali paragrafi è un corollario di quella dei paragrafi precedenti.

§ 54. Questo paragrafo conduce alla conseguenza falsa $\sqrt{q} = \pm 1\cdot(\pm 1)^{\frac{1}{2}}\sqrt{q}$. La quantità q nel nostro caso si considera come una potenza del secondo grado, la cui radice non può avere salvoché due valori $\pm\sqrt{q}$, rifiutando gli altri due $\pm\sqrt{-1}\sqrt{q}$. Che se le circostanze richiedessero, che q assumesse la figura di potenza del quarto grado, allora la radice quarta di q ricaverebbe i quattro valori $\pm 1\sqrt[4]{q}$, $\pm\sqrt{-1}\sqrt[4]{q}$, ed in fatti ciascuno di questi elevato alla quarta potestà è — q.

§ 55. Per evitare gli equivoci ad 1 fa di uopo sostituire $1^{\frac{1}{4}}$, onde si abbia $1^{\frac{1}{4}} = \pm(\pm 1)^{\frac{1}{2}}$, formola, che indica poter la radice quarta dell'unità ricevere i quattro valori ± 1, $\pm\sqrt{-1}$.

§ 56. $\left(1+\frac{q}{g^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$ questo è verissimo, ma non mai $+\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = -\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$.

§ 57. Riconducendo le equazioni $\frac{\overline{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}^2}{-q} = \frac{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}$, $\frac{\overline{1+\sqrt{1+q}}^2}{-q} = \frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}$, postoché siano uguali gli omogenei di comparazione, ci danno $g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = \pm 1\cdot\left(1+\sqrt{1+q}\right)$, quando sia $g=\pm 1$, condizione necessaria, acciocché gli omogenei predetti di comparazione si uguaglino. Lo stesso dicasi anche dall'equazione $g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = \pm 1\left(1-\sqrt{1+q}\right)$, ed altresì dall'altra $\frac{1}{g}-\frac{1}{g}\sqrt{1+g^2q} = \pm\left(1-\sqrt{1+q}\right)$.
60. 61.

§ 58. 59. Essendo $\left(g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}\right)^2 = \frac{q^2}{\left(g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}\right)^2}$ ne

ne dovremo inferire $g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = \frac{\mp q}{\pm\left(g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}\right)}$

perchè $\overline{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}\cdot\overline{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}} = -q$. Ciò premesso ~~sua~~ $\sqrt{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}$ ricaverà i quattro valori $\frac{\pm\sqrt{-q}}{\sqrt{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}}$, $\frac{\pm\sqrt{q}}{\sqrt{-1\left(g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}\right)}}$. ~~che sono tutti e quattro immaginari i due primi per cagione~~ Sottochè g e q siano quantità positive, i due primi valori saranno reali, perchè tanto $-q$, quanto $g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$ sono grandezze ~~positive~~ negative, ~~ed al contrario~~ e saranno parimente reali gli altri due, perchè q, $-g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$ sono grandezze positive.

§ 61 L'unità si può considerare elevata a qualunque potestà. Se è alzata alla prima potestà ha una sola radice $=1$. Se è alzata alla seconda potestà ha le due radici $=\pm 1$, se è alzata alla terza, ha le tre radici $=\begin{cases}+1\\ \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\\ \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\end{cases}$ se è alzata alla quarta ha le quattro radici $=\begin{cases}+1\\ -1\\ +\sqrt{-1}\\ -\sqrt{-1}\end{cases}$ &c. Il perchè essa è capace di infinite radici due reali, e le altre tutte immaginarie: ma $(-1)^0=1$; dunque $(-1)^0$ può ricavare tutte le predette radici.

§ 63. La formola 11. del § 56? $\frac{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}{\frac{1}{g}-\frac{1}{g}\sqrt{1+gq^2}} = \frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}$ somministra i due soli valori $g=\pm 1$, ed esclude gli

gli

gli altri due $g = \pm\sqrt{-1}$. Ed infatti si sostituisca $\pm\sqrt{-1}$ in cambio di g, e si scoprirà

$$\frac{\pm\sqrt{-1} \pm\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{\pm\sqrt{-1} \mp\sqrt{-1}\sqrt{1-q}} = \frac{\mp 1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}, \text{ ossia}$$

$$\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}, \text{ equazione falsa.}$$

Dalla formola $g^4 = 1$, che nasce dall'alzare al quadrato $g^2 = 1$, si cavano le quattro radici $g = \begin{cases}\pm 1 \\ \pm\sqrt{-1}\end{cases}$, fra le quali le immaginarie non appartengono alla nostra equazione, in cui si entra bensì il g^2, ma non il g^4. Ho sopra notato, che lo sbaglio del Sig. Ab. Surri ha tratta l'origine dall'alzare una formola al quadrato.

§ 64.65. (63. 63 64.) Dall'equazione II del § 56. si raccoglie non vi ha dubbio $g = \frac{1}{g}$, ma questa formola appunto mi dà $g^2 = 1$, e quindi le due sole radici $g = \pm 1$.

§ 69. Da ciò che ho notato nel § 57. si raccoglie, che avremo $\frac{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}} = \frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}$ nella sola circostanza di $g = \pm 1$, nella quale sarà parimente $\left(\frac{g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}\right)^k = \left(\frac{1+\sqrt{1+q}}{1-\sqrt{1+q}}\right)^k$

§ 70. Le predette riflessioni servono per giudicare della formola di questo paragrafo senza che le prenda ciascuna per mano.

§ 71. Le equazioni $g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = \frac{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}{\frac{1}{g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}}}$, $g-g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = \mp\, g+g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$ non si possono ammettere generalmente, assegnando a g qualsivoglia valore.

La

La prima determina $\mp 2g + 1 = q$. La seconda, se mi attengo al segno + nelli omogenei di comparazione, stabilisca $2g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}} = 0$, cioè a dire ~~[illegible]~~ $q = -g^2$. Che se mi attengo al segno meno, trovo $2g = 2g\sqrt{1+\frac{q}{g^2}}$, e quindi $1 = 1 + \frac{q}{g^2}$, e perciò $\frac{q}{g^2} = 0$, equazione che richiede $q = 0$, ovvero $g^2 = \infty$.

§ 72. 73. 74. 75. 76. Egli è infallibile essere $\left(\frac{1}{-1}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{-1}$. Ora ciò significa bensì, che il quadrato $\frac{+1}{-1}$ nasca egualmente da $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}$, e da $-\sqrt{-1}\cdot-\sqrt{-1}$, ma non già che sia ~~[illegible]~~ $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$. ~~[illegible] il paralogismo bisogna segnare [illegible] rimane così [illegible] $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$~~. Essendo $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$, ~~vengo con~~ come chiaramente spicca dall'analogia $\sqrt{-1} : 1 :: 1 : -\sqrt{-1}$, vengo a supporre $\sqrt{-1} = -\sqrt{-1}$, il che è un manifesto assurdo. Ho notato di sopra, che le radici terze dell'unità sono 1, $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$. E chi dirà mai essere per esempio $1 = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, onde si abbia $3 = \sqrt{-3}$ cioè ~~[illegible]~~ una quantità reale uguale ad una immaginaria?

§ 77. La premura, che ho per la gloria del ch. Professore, mi ha indotto ad esporre

sinceramente

sinceramente la mia opinione. È molto lodevole l'invenzione di nuovi calcoli, purchè questi siano giusti, e conducano al vero. Indizio grande d'aggiustatezza si è, che il nuovo calcolo non s'opponga ai vecchj concordemente ricevuti. Questa proprietà certamente non si trova (e lo confessa lo stesso Autore) nel nuovo Calcolo Esponenziale e Logaritmico, il quale si trova continuamente in contraddizione coi calcoli usitati. Se il Sig. Autore mi comunicherà l'artifizio, col quale scioglie il famoso caso irreducibile; posto chè questo ottenga veramente l'intento, si potrà ritrocando rattificare il nuovo Calcolo. Intanto io non lo consiglio ad esporre al pubblico la Dissertazione, la quale secondo il mio parere incontrerebbe opposizioni invincibili.

[illegible]

Sebbene un più lontano principio m'abbia fatto certo delle conseguenze mate
...e indirettamente dimostrate nella mia Memoria (senza il qual fatto non mi sarei fatto
...re in mare); pure se queste conducessero a manifesta falsità, converrebbe ripudiare
principio, da cui necessariamente fluiscono. Mi sono dunque posto ad esaminare con
...ma attenzione, e docilità i S.i [illegible] e seguenti (giacchè mi si ammettono i seguenti)
...condurli conformi al voto di V. Ill.ma, ne ò saputo trovare errore, che per tali
...li manifesti. Il solo obbietto, a cui li veggo soggetti a cagione della strada
...tenuta da me per molti riguardi abbracciata nel dimostrarli, è di parere con=
traria a ciò che universalmente si adotta: ma spero, se sarò seguito in progresso, di a
...vere posto in mano da poter dimostrare che essi non si oppongono ai principj noti
...a che bensì si avanzano, e si estendono. Intanto la necessità in cui sono di dare
...municare alla nostra Accademia il di lei rispettabilissimo giudizio sopra lo studio=
...sul Memoria da me ad essa presentata, mi obbliga a spedirle presta mia
...una fatta di buona fede, e con intima persuasione, onde o convinto del mio
...mi conosca a ragione disapprovato, o possa almeno ammettersi la possibilità
...ciò che avanzo, sicchè non solo nè punto nè poco contrario ai principj stabi=
...liti e noti, ma anzi da essi per necessaria conseguenza dedotto.

Fondato adunque sopra ciò, che di buona voglia mi si concede, e specialmente nel
...se, dico, che se questo è legittimo, deve necessariamente verificarsi anche il 29.° cogli
...messi in posizione, se è vero lo incontrastabile principio da voi ammesso, che cioè lo
...lettore che moltiplica tanto il numeratore, che il denominatore di una frazione, non
...cambia punto il valore della frazione med.ma: onde sia sempre $\frac{m}{m}\cdot\frac{a}{b}=\frac{m\cdot a}{m\cdot b}=\frac{a}{b}$

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

220

Di fatto avremo ora e avremo la formola del §.° 28 ripetuta nel §.° 29, cioè

$$\frac{(-1)^{\frac{k}{2}}+\sqrt{(-1)^{k}+(-1)^{k-1}\cdot z}}{(-1)^{\frac{k}{2}}-\sqrt{(-1)^{k}+(-1)^{k-1}\cdot z}}=\frac{(-1)^{\frac{k}{2}}\cdot\;1+\sqrt{1-z}}{(-1)^{\frac{k}{2}}\cdot\;1-\sqrt{1-z}}$$

qualunque sia il valore dell'esponente k, purchè sia lo stesso tanto nel numeratore che nel denominatore di detta frazione; avremo per necessaria conseguenza $\frac{1+\sqrt{1-z}}{1-\sqrt{1-z}}=\frac{(-1)^{\frac{k}{2}}+(-1)^{\frac{k}{2}}\sqrt{1-z}}{(-1)^{\frac{k}{2}}-(-1)^{\frac{k}{2}}\sqrt{1-z}}$.

Faccio $k=1$, ed avrò $\frac{1+\sqrt{1-z}}{1-\sqrt{1-z}}=\frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1}\sqrt{1-z}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1}\sqrt{1-z}}=\frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+z}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+z}}$ conseguenza del §. 28 che mi si accorda. Ma quest'ultima funzione resta invariabile nel suo valore, se ottiene pel principio notorio divisa tanto il di lei numeratore che denominatore per la stessa quantità $\sqrt{-1}$: sarà dunque $\frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+z}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+z}}=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}$.

Ora per lo stesso principio moltiplicando e dividendo il coefficiente del radicale per $\sqrt{-1}$, che per comun consenso non turba punto il valore della frazione, sarà $\frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+z}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+z}}=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}=\frac{1+\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}.\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}{1-\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}.\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}$. Ma tutti accordano che $\sqrt{-1}\sqrt{-1}=-1$: dunque

$$\frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+z}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+z}}=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}=\frac{1+\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}.\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}{1-\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}.\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}}=\frac{1+\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+z}}{1-\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+z}}=$$

$$=\frac{1-\sqrt{-1}\sqrt{-1+z}}{1+\sqrt{-1}.\sqrt{-1+z}}=\frac{1-\sqrt{1-z}}{1+\sqrt{1-z}}.$$

Per la qual cosa se queste proprie trasformazioni non alterano punto pel principio ammesso, e da tutti accordato i valori della funzione, sarà necessariamente

$\frac{1+\sqrt{-1+2}}{1-\sqrt{-1+2}} = \frac{1-\sqrt{1-2}}{1+\sqrt{1-2}}$. Ma di sopra abbiamo trovata la stessa frazione

$\frac{1+\sqrt{-1+2}}{1-\sqrt{-1+2}} = \frac{1+\sqrt{1-2}}{1-\sqrt{1-2}}$: dunque $\frac{1+\sqrt{1-2}}{1-\sqrt{1-2}} = \frac{1-\sqrt{1-2}}{1+\sqrt{1-2}}$. Il che ec.

In tutto questo progresso (come ognun vede) io non aggio a principj non certi, onde abbiasi a dubitare della diversità di essa equa a dare la stessa radice; onde abbiasi a dubitare della diversità di esse... Altro non faccio, ripeto, che partire dal principio da tutti accordato che il numero ... cioè, che moltiplicando sì il numeratore, che il denominatore della frazione non ne altera punto il valore.

Se questa dimostrazione (che è la stessa di quella del §. 35 della mia memoria) non è legittima, io confesso di non aver più criterio per giudicare della verità o falsità d'un'equazione.

L'equazione adunque §. 34 da me stabilita non è arbitraria ma legittima e necessaria. E se pare strana, e lontana dal vero, sarebbe tale perchè ... di una verità nel calcolo, che spero di porre a suo luogo ... Intanto io ... o mi si dimostri la falsità della anzidetta dimostrazione, o mi si concedano legittime le conseguenze che ne discendono, sebbene fin ora inconcepibili.

Che se si ripudia la dimostrazione, per la conseguenza che ne nascerebbe di $\sqrt{1-2} = -\sqrt{1-2}$, ovvero di $\sqrt{1-2} = -\sqrt{1-2}$, che sembra assurda: dico per ora di

(1) Il ch. Professore non si degnò d'osservarla

da

passaggio, ciò è facile a verificarlo colle avvertenze, che $\sqrt{1-z} = \sqrt{\frac{-1}{-1}\frac{+z}{-1}} = \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z}$ ... $-\sqrt{1-z} = -\sqrt{-1.-1+1.-1.z} = -\sqrt{-1}.\sqrt{-1+z}$: onde $\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+z} = -\sqrt{-1}.\sqrt{-1+z}$: ma $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$; dunque $\sqrt{-1+z} = \sqrt{-1+z}$; $\sqrt{1-z} = \sqrt{1-z}$ il che è verissimo. Ma di ciò farò parola più ampiamente a suo luogo: passo ad un'altra riflessione.

Parlando con Lei Sig.r Conte, su tal proposito ho detto, che tutto il equivoco nasce dalla supposizione generalmente adottata dagli Analisti, di credere sempre $\frac{1}{\sqrt{-1}}$ ovvero $\frac{-1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$: mentre io sostengo che $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$ ovvero $\pm\frac{1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$. Dalla p[rima] nasce $1 = \pm(-1)^{\frac{2}{2}}$; dalla seconda $\pm 1 = (-1)^{\frac{2}{2}}$. Preso $1 = +(-1)^{\frac{2}{2}}$, si alzi al qu[adrato] l'unità negativa, ed avremo $1 = 1^{\frac{1}{2}} = 1$; e dato $1 = -(-1)^{\frac{2}{2}}$ avremo com[e] accorda $1 = -1(-1) = 1$. Similmente la seconda equazione vuole $1 = (-1)^{\frac{2}{2}}$, $-1 = (-1)^{\frac{2}{2}}$, equazioni che colla stessa avvertenza si verificano amendue. Ora [illegible] mi si dimostrasse, perchè mi abbia ad essere incredulo di recedermi dal primo mio pensando in circostanza le ricerche, riconosco che ciò dare accorda un'equazione che discende da legittimi principj.

Per provare poi il doppio valore della equazione $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$, mi sono ser[vito] della seguente dimostrazione. Per confessione di tutti $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$; dunque $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{-\sqrt{-1}} = \frac{1}{\frac{-1}{\sqrt{-1}}} = \frac{1}{\frac{1}{-\sqrt{-1}}}$: ma $-\sqrt{-1} = \frac{1}{\sqrt{-1}}$; dunque $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{-\sqrt{-1}}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{-1}}}$ ella mi accorda la deduzione. Io da questa conseguenza concessami conchiudo, [illegible] dunque $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{-1}}} = \sqrt{-1}$ appoggiato alla nostra regola universale da tutti usata nella divisione delle frazioni. Ella mi soggiunge ma questo è falso, per[chè]

$\sqrt{-1}$ sempre $=-1$. Ma lo rispondo questo appunto è ciò che si cerca. Il supporre $\sqrt{-1}$ sempre $=-1$, non è altro fondamento che lo universal pregiudizio, che perchè universale non fu mai per tale conosciuto. Io dico all'incontro che appunto $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$, deve essere anche $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$. Lo dimostro col metodo universale della divisione delle funzioni non mai messo in dubbio in alcuna circostanza. Mi si dica adunque dove pecca la mia dimostrazione priva di ragioni la ultima necessaria conseguenza.

Aggiungo un'altra riflessione, fondata sulla formola del § 120, cioè

$$\frac{\ldots\sqrt{1-2}}{\ldots\sqrt{1-2}} = \frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+2}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+2}} = \frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+2}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+2}} = \frac{1+\frac{\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1+2}}{\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}}}{1-\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{-1+2}} = \frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}}$$

Io credo che niuno possa ragionevolmente credere alterato nel suo valore per le trasformazioni da me fatte, perchè, replico, sempre fondate sul principio da tutti ammesso, e da me qui unicamente assunto. Ciò posto così la discorro.

Se è vero, che $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}=-1$, sarà anche vero, che $\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}} = \frac{1+\frac{1}{-1}\sqrt{1-2}}{1-\frac{1}{-1}\sqrt{1-2}} = \frac{1-\sqrt{1-2}}{1+\sqrt{1-2}}$: dunque $\frac{1+\sqrt{1-2}}{1-\sqrt{1-2}} = \frac{1-\sqrt{1-2}}{1+\sqrt{1-2}}$, ciò che il § 120 mi si niega. Che se è falso il § 120, essendo $\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}} = \frac{1+\sqrt{1-2}}{1-\sqrt{1-2}}$, è anche falso (ciò che non si vuole) che cioè $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}$ sia eguale ad unità negativa: e chi a volere che sempre sia $\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}\sqrt{1-2}} = \frac{1+\sqrt{1-2}}{1-\sqrt{1-2}}$ da cui è legittimamente ... è necessario, che sia $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}=1$, conseguenza, che assolutamente si ripudia.

Il ch. Professore non sciolga l'obbiezione

da

Dunque se si condanna il § 29, si rinega nello stesso tempo senza avved[ersene] l'equazione $(-1)^{\frac{2}{2}} = -1$, che sola a preferenza dell'altra $(-1)^{\frac{2}{2}} = 1$ si vede accre[ditata] nel calcolo, e si abbraccia quella, che per avvedutezza mi si niegano le [illegible] conseguenze. Ma se all'incontro si rinnega l'equazione $(-1)^{\frac{2}{2}} = -1$, convien[e] nello stesso tempo ammettere l'equazione del § 29, che si ripudia. E perchè dalla supposizione del § 29 si può collo stesso progresso da me tenuto perven[ire] al § 30; mi pare evidentemente dimostrato non potersi ammettere l'una [e] abbracciare nello stesso tempo l'altra: e che perciò dato $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$ si deve anche $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$, e viceversa: onde universalmente abbiasi $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$: da cui n[ascono] poi la verità dei § 29, e seguenti.

Nè mi si dica, ch'io trasformo a capriccio la formola; perchè rispondo, ch[e] posso farlo a piacere purchè siasi dimostrato, che la mia trasformazione non al[tera] punto il valore della funzione. Ma ciò della maniera da me adoperata nelle tr[a]sformazioni mi pare, che evidentemente apparisca, giacchè evidentemente apparisce, [che] $\frac{m}{m}\cdot\frac{a}{b} = \frac{m\cdot a}{m\cdot b} = \frac{a}{b}$, unico principio da cui mi parto, e su cui mi appoggio.

La premura dell'onor mio mi obbliga a presentarvi, Sig.r Conte, queste riflessioni sul solo cenno, ch'Ella mi à fatto a bocca di non essere persuasa co[l] § 29, e seguenti. La prego di trasmettermi le sue osservazioni, onde possa esamin[arle] con tutta la indifferenza, ed attenzione, per convincermi se sono in errore, [che] ora non lo conosco, o per mettere se non altro in sospetto di alcune verità [illegible] nel calcolo fin ora ignote. Se la mia prima Memoria non avesse ad essere individ[illegible]

stessa, sperarei che il progresso delle mie ricerche potesse collocarla fuori di censura,
e ne rimanesse quieto e tranquillo sopra di essa. Ma giacchè in legge dell'Acca:
mia ricerca un giudizio sopra di essa staccato dal corpo; ella deve compatirmi
...ero di buona fede, ed insiememente permetta produrre quelle difese che mi
...iano a risparmiare un giudizio di un savio uomo, qual Ella è, non
...vorle alla mia prima produzione. Mi do l'onore di esser

23 Settbre 1760 Padernello

Umilissimo Devotissimo Obbligatissimo Servidore

Giambatista Nicolai

Il ch. Professore non si voglia l'obbligazione

da

Pervenutore del pregiatissimo di Lei foglio, Nob.e e ch. Sig. Conte, ho consegnato l'involto ricuperato da me dalla Posta di Firenze;

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Colmo 227

il Sig.r Novelli; gli ho voluto [illegible] nico al primo [illegible] i zaffi in [illegible] comodo per [illegible] Li le Fr: 16, valersi dell'opera esserla servire, [illegible] sima, e col

Ricevo la fav.ma Sua dei 18 del passato, e farò [qu]anto si degna [illegible] narmi nella medesima, vale à dire mi tratterrò in questo [f]elice Paese finchè si presenti la occasione di potere essere impiegato in codesta Accademia di Padova; dove avrei il piacere di tener[l]a vicina, e di godere della compagnia del Sig.r Abate Niccolai che già conosco [illegible] ti. È stato in questa Città il nuovo Comandante Generale di Artiglieria, ch'è il Sig.r Conte Lascy, ed ha visitato frequentemente l'Accademia. Ho avuto il piacere [illegible] habbia approvato tutto ciò che è stato fatto [illegible]

Sig. dott. [illegible] [illegible] nuovo

m mia Sig.a a he Di he [illegible] esso ga [illegible] to ni il umilissima l'incomodo mio Sig.r Accademico Niccolai

Il ch. Professore non si regha l'obbiezione [illegible] da.

228

224

me, al fine di certe dispute forti che ho
avute con qualche altro Professore che volev
rovinarmi, credendo questi che la ragione
senza protezione non avrebbe avuta forza.
A suo tempo le racconterò il tutto; mentre
ora per fretta resto ma con tutto l'animo
Di V. Ill.ma

Segovia 24 Sett.re

V. S. Ill.ma faccia il più di mandare le mie
lettere con sopraccoperta al Sig.r Marchese
Silva in Livorno, ed egli penserà a rimet-
terle qui con il Corriere della
Corte, come gli ho scritto.

Aff.mo Serv.re ed A...
Pietro Giannini

[illegible]

l'ynerentore del pregiatissimo di Lei foglio, Nob.e e ch. Sig. Conte, ho consegnato l'involto rimpetto da me dalla Posta di Firenze ;

'al Sig.r Novelli,
l'ho voluto
mico al primo
li zaffi in om
ncomero per
lli le f.s:16,
valersi dell'ope-
revola ramone ;
sa la stima, e col

ince

Sig.r dev.o obb.o
alabla
e pa=
nuovo
e

Il ch. Professore non s'ingegna l'obbligazione

da

on
mia
ssa,
e
he
di
he
nato
Sig.
ssa
iente
to
in il
medesimo
l'incomoggi
mpro
Sig.r Suo d.a
Nicolai

All' Ill.mo Sig.r Sig.r Sig.r Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Treviso

1 : 10

– : 4

1 : 6

Il lavoratore del pregiatissimo di Lei foglio, Nob.le e ch. Sig. Conte, ha consegnato l'involto ricuperato da me dalla Posta di Firenze; e quantunque abbia subito mandato alla casa del Sig.r Bovelli, e da esso avuto l'altro involto, contuttociò non l'ho voluto esporre a qualche pericolo senza bolletta, perchè unito al primo avrebbe potuto formar troppo volume, e mettere gli zaffi in orgasmo. Starò adunque in attenzione di qualche incontro per ispedirglielo. Ho già fatto contare al Sig. Bovelli le L. 1:16, come da Lei mi venne prescritto. Ella poi deve valersi dell'opera mia in qualunque cosa mi creda atto a poterla servire; perciocchè io sono veracemente con tutta la stima, e col più divoto ossequio

Di Lei Ill.mo Nob. e ch. Sig. Conte

Firenze. 26. 7bre 1760.

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Serv.re vero
Gianbatista Schiappalaria

Abbiamo $\sqrt{1-q} = \frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}$. Se tiro al quadrato la fra-
zione $\frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}$ portandola dentro il segno radicale, trovo
a

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione
da

n
mia
ssa,
e
ha
di
le
tutto
Sig.
za
iace
to
ni il
...udine
l'incomodi
mo
Sig.r Guardan
Nicolai

Abbiamo $\sqrt{1-q} = \frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}$. Se elevo al quadrato la frazione $\frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}$ portandola dentro il segno radicale, trovo

a

Il ch. Professore non sceglie l'obbiezione

da

in il
ende
l'immagi
mento
Sig. Gandon
Nicolai

Al Nob.le Sig.re Sig.re P.ne Col.mo

Il Sig.r Co: Giordano Riccati

Treviso

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo a 35

comunico le riflessioni, e i calcoli da me adattati alla fig.a 2.a Posti $AV = c$, $BA = a$, $BD = b$, $AE = f$, $E7 = m$, $NK = 2r$, saranno $DH = a+f$, $H7 = KM = m-b$, $MN = 2r-(m-b)$, e per le precedenti dimostrazioni

Sig.r Arcip.te Rivmo a 31

è sottilissimo il raziocinio, col quale Ella tenta di provare la verità della formula $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$. Essendo pervenuta all'espressione $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{1+\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}$, trasporta dentro il segno radicale $\sqrt{-1}$ alzata al quadrato, e se le presenta $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$. ~~[illegible]~~ ~~[illegible] segno radicale $\sqrt{-1}$ [illegible] al qua-drato, [illegible] giustamente trovato $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$. [illegible] riflessione [illegible] chiaramente [illegible] che per [illegible] l'equazione, bisognerebbe [illegible] quantità [illegible], e [illegible] dal segno radicale~~. A cagione di far toccar con mano la verità, si metta sotto degli occhi la formola $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}}+(-1)^{\frac{1}{2}}\sqrt{1-q}}{(-1)^{\frac{1}{2}}-(-1)^{\frac{1}{2}}\sqrt{1-q}}$, e allora solo troverà $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$, quando nel primo termine del numeratore, e del denominatore ponga $(-1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-1}$, e nel secondo $(-1)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{-1}$, onde segue $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{\sqrt{-1}-\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{\sqrt{-1}+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}$, e dividendo per $\sqrt{-1}$, $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$; la qual maniera di procedere è patentemente paralogistica.

L'equazione $\sqrt{1-q} = -\sqrt{1-q}$ è veramente assurda; perchè fa eguale una quantità positiva alla stessa quantità negativa. L'artificio, con cui procura di salvarla, è soggetto alla medesima eccezione poco fa notata. Abbiamo $\sqrt{1-q} = \frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}$. Se alzo al quadrato la frazione $\frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}$ portandola dentro il segno radicale, trovo

a

Il ch. Professore non s'voglia l'obbiezione

da

s' 5' 73

non

[illegible] mia

a forza,

[illegible] e

[illegible] che

[illegible] di

[illegible] che

approvato

[illegible] sud.to

[illegible]

[illegible]

[illegible]

dice il

amendue

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

e doveva $\sqrt{1-q} = \sqrt{\frac{-1+q}{-1}} = \sqrt{1-q}$: ma se s'alzava al quadrato soltanto $\sqrt{-1}$, e lo trasferisce dentro il segno radicale, scopre erroneamente $\sqrt{1-q} = \pm\sqrt{\frac{-1+q}{-1}} = \pm\sqrt{1-q}$. Benchè $\pm\sqrt{1-q}$ sieno radici della stessa potenza $(1-q)^{\frac{1}{2}}$, non si possono supporre uguali.

Per provare $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$, egli con giusto metodo perviene alla formola $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{-1}}}}$, ed appoggiato alla nota regola da tutti usata nella divisione delle frazioni, pretende $\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{-1}}}} = \sqrt{-1}$. La regola di tali frazioni si è; che data una quantità a, se i numeri dei termini situati perpendicolarmente saranno 3, 5, 7, &c., la frazione si uguaglierà sempre ad a; ma se i numeri dei termini suddetti saranno 2, 4, 6, &c., la frazione si uguaglierà ad $\frac{1}{a}$. Nel nostro caso i termini perpendicolari sono quattro, e perciò $\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{-1}}}} = \frac{1}{\sqrt{-1}}$: ma $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$; dunque

$$\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{-1}}}} = -\sqrt{-1}.$$

Con una serie di operazioni legittime si giunge all'espressione $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \cfrac{1+\cfrac{\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}}{1-\cfrac{\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}}}$. Fatta la riflessione essere $\sqrt{-1}\sqrt{-1} = -1$, avremo $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \cfrac{1+\cfrac{\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{-1}}{1-\cfrac{\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{-1}}$. A cagione d'evitare il paralogismo, egli è di uopo portare dentro del segno radicale $\sqrt{-1}$ alzato al quadrato, onde si trovi e dovere $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$.

La

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo n. 35 5. 5. 73

comunico le riflessioni, e i calcoli da me adattati alla fig.a 2.a Posti $AV = c$, $AA = a$, $AD = b$, $AQ = f$, $Q7 = m$, $NK = 2v$, saranno $DH = a+f$, $H7 = KM = m-b$, $MN = 2v-(m-b)$, e per le precedenti dimostrazioni

n. 33

La quantità $(-1)^{\frac{2}{2}}$ può in doppia guisa maneggiarsi. Se prima alzo al quadrato l'unità negativa, trovo $(-1)^{\frac{2}{2}} = 1^{\frac{1}{2}} = \pm 1$. Posso anche prima estrarre la radice di $(-1)^2$, onde s'abbia $(-1)^{\frac{2}{2}} = \pm\sqrt{(-1)^2}$: ma $(-1)^2 = 1$; dunque $(-1)^{\frac{2}{2}} = \pm 1$ come sopra.

La premura dell'onor suo è ugualmente comune a Lei, ed a me. Consideri attentamente le osservazioni, che le trasmetto. Io desidero d'essere da Lei convinto, e di poter dare un favorevole giudizio della sua prima Memoria. In caso diverso mi prescriverà quei ripieghi, che si possono prendere per mettere in salvo l'onor suo, e l'onor mio. Ella non vuole certamente ch'io approvi quello, che giudico falso; il che ridonderebbe in mio pregiudizio, senza recare a Lei verun utile. La scoperta d'un nuovo Calcolo sarà sottilmente dai Geometri esaminata, e quando non lo trovino giusto, condanneranno egualmente e l'Autore, e chi l'ha approvato. Desidero di darle i contrassegni tutti di piena stima, e di vera amicizia, pregiandomi d'essere

Di Lei Sig. Arcip.te Riv.mo

Treviso 27. 9bre 1760

Ill.mo Sig. Arcip.te Giambatista Nicolai
Prof. di Analisi Padova

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

comunico le riflessioni, e i calcoli da me adattati alla Fig. 2.a Posti $AV = c$, $BA = a$, $BD = b$, $AQ = f$, $Q7 = m$, $NK = 2r$, saranno $DH = a+f$, $H7 = KM = m-b$, $MN = 2r-(m-b)$, e per le precedenti dimostrazioni $H1 = ML = \sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2}$, $D1 = \text{Arco } KL$, $1K = 7L = \text{Arco } LN$. L'equazione $D1 = \text{Arco } KL$ si esprime nella specie analitiche nella seguente maniera

$$(1.)\quad a+f+\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2} = A^{co}\, R^{o}\, r \text{ Seno Verso } m-b.$$

Inoltre

$$7H : H1 :: 7Q : QX$$

$$m-b : \sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2} :: m : \frac{m\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2}}{m-b}$$

$= \frac{m\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} = QX$. Essendo per la natura della parabola $V7$ toccata dalla retta $7X$, $QX = XV$, avremo $QV = \frac{2m\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$: ma $AQ = f$, ed $AQ + QV = AV = c$; dunque

$$(2.)\quad c = f + \frac{2m\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$$

Se avessi usato il valore non espurgato di QX, avrei trovato $c = f + \frac{2m\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2}}{m-b}$, e perciò

$c\sqrt{m-b} = f\sqrt{m-b} + \frac{2m\sqrt{2r(m-b)-(m-b)^2}}{\sqrt{m-b}}$, formola, che sendo divisibile per $\sqrt{m-b}$, fa vedere poter essere $\sqrt{m-b} = 0$, e per conseguenza $m-b = 0$.

Abbiamo inoltre $BD : BY :: 7Q : QX$, donde

$$b : \tfrac{1}{2}a :: m : \frac{m\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$$

si raccoglie $ma = \frac{2mb\sqrt{2r-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$, equazione, che dinota

la mia Opera sopra le Leggi del Contrappunto esca in pubblico. Io ne avrò a Lei tutto il debito, e mi glorierò sempre di essere col maggiore rispetto Di V.S. Illma

Treviso 29. 7bre 1760 Divotmo ed Obblmo Servo
Giordano Riccati

Illmo Sig. Ab. Leonardo Ximenes
Firenze

If ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da.

dinotai poter essere $m = 0$: ma ancor $m-b$ può pareggiare il nulla; dunque può essere parimente $b = 0$. Divisa la formola per m, ci si presenta

$$(3.^a)\quad a = 2b\,\frac{\sqrt{rv-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$$

Chiamati p, P i parametri delle parabole DA, $?V$, avrò

$$(4.^a)\quad pb = a^2,\quad Pm = 4m^2\frac{(rv-(m-b))}{m-b}.$$

Anche da questa formola deduco poter essere $m = 0$. Dividendo per m trovo

$$(5.^a)\quad P = 4m\frac{(rv-(m-b))}{m-b}$$

Sostituito nella formola $1.^a$, e $4.^a$ il valore di a suggerito dalla formola $3.^a$, scopriremo

$$(6.^a)\quad f + 2b\,\frac{\sqrt{rv-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} + \sqrt{rv(m-b)-(m-b)^2} = A.^{o}R.^{o}\,v\,S.^{o}V.^{o}\,m$$

$$(7.^a)\quad pb = 4b^2\left(\frac{rv-(m-b)}{m-b}\right),$$

che torna ad indicare poter essere $b = 0$.

Passo a sostituire nella formola $(6.^a)$ il valore di $f = c - 2m\,\frac{\sqrt{rv-(m-b)}}{\sqrt{m-b}}$, e mi si presenta

$$c-(m-b)\cdot\frac{2\sqrt{rv-(m-b)}}{\sqrt{m-b}} + \sqrt{rv(m-b)-(m-b)^2} = A.^{o}R.^{o}\,v\,S.^{o}V.^{o}\,m-b,$$

che espurgata mi dà

$$(8.^a)\quad c - \sqrt{rv(m-b)-(m-b)^2} = A.^{o}R.^{o}\,v\,S.^{o}V.^{o}\,m-b.$$

La formola $(7.^a)$ determina $rv = \frac{p+4b}{4b}\cdot\overline{m-b}$. Surrogato un tal valore nella formola $(5.^a)$, $(8.^a)$, trovo

$$(9.^a)\quad P = \frac{mp}{b}$$

$$(10.)\quad c - \sqrt{\frac{p\cdot\overline{m-b}^2}{4b}} = A.^{o}R.^{o}\,\frac{p+4b}{4b}\cdot\overline{m-b}\;S.^{o}V.^{o}\,m-b.$$

Dalla

[D]alla formola (9.ª) deduco $m-b = \frac{b.\overline{P-p}}{p}$, valore che sostituito nella formola (10.ª) la cangia così

(11.ª) $c - \frac{\sqrt{b}.\overline{P-p}}{2\sqrt{p}} = A^o R^o \overline{\frac{p+4b}{4p}.\overline{P-p}}\ S^o V^o \frac{b.\overline{P-p}}{p}$.

[Ve]diamo cosa succeda, quando essendo $P=p$, i punti delle due parabole situati nella stessa orizzontale distano sempre per la misura $AV=c$. Dico dunque, che in fatto incontro b distanza infinita, e la formola (11.ª) prende l'aspetto $c - \frac{\sqrt{b}:\overline{P-p}}{2\sqrt{p}} = A^{co} R^{io} \frac{b.\overline{P-p}}{2p} S^{no} V^{so} \frac{b.\overline{P-p}}{p}$ = Semic. R^{io} $\frac{b.\overline{P-p}}{2p}$. Ora il termine $-\frac{\sqrt{b}.\overline{P-p}}{2\sqrt{p}}$ sta al raggio $\frac{b.\overline{P-p}}{2p}$ come $-\sqrt{p} : \sqrt{b}$, e può per conseguenza negligersi in riguardo al raggio; ed al semicircolo descritto col detto raggio. Per la qual cosa avremo c = Semic. Rag.^{io} $\frac{b.\overline{P-p}}{2p}$, ed in questo caso la quantità $\frac{b.\overline{P-p}}{2p} = \frac{b.0}{2p}$ s'uguaglierà il raggio del semicircolo $= c$, e dovrà supporsi $b = \frac{2cp}{0}$. Assegnato a $BD = b$ un tal valore, sono DT, 7Q adequatamente verticali, e perciò le tangenti DY, 7X adequatamente parallele, e la semicirclorda D7 incontra ad angolo retto la parabola V7.

[Il] metodo dalla falsa posizione, o sia delle attentazione per trovare col mezzo della formola (11.ª) il valore di b, quando è $P > p$, è senza dubbio il migliore.

[Ol]tre il minimo determinato dalla formola (11.ª) se ne danno altri due. Nel decorso del calcolo sono seguite le divisioni per $\sqrt{m-b}$, per m, per b, le quali dinotano poter essere rispettivamente al nostro problema le

predette

[...]

la mia Opera sopra le Leggi del Contrappunto esca in pubblico. Io ne avrò a Lei tutto il debito, e mi glorierò sempre di essere col maggiore rispetto Di V.S. Ill.ma

Treviso 29. 8bre 1760 — Divot.mo ed Obbl.mo Servo

Ill.mo Sig. Ab. Leonardo Ximenes — Giordano Riccati

Firenze

Il ch. Professore non sceglie l'obbiezione

da

predetta quantità = 0. L'ipotesi di $b=0$, $m=0$ somministra un minimo. Se $BD = b = 0$, è parimente $AB = a = 0$, ed il primo punto D della cicloide cade in A. Essendo inoltre $CZ = m = 0$, sarà tale altresì $VE = c-l$, e quindi $AV = c = AC = l$. Il perchè il punto Z della cicloide coincide col punto V, e dovendo essa tagliare ad angolo retto la parabola ZV nel punto V, manifestamente si scopre esser ACV un'intera cicloide, e che per conseguenza zV ha quella misura che corrisponde alla circonferenza circolare $AV=c$. Indarno si tenterebbe di scoprire il valore di zV col mezzo della formola (7.^{a}), da cui si deduce $zV = \frac{\overline{p+4b}\cdot\overline{m-b}}{4b} = \frac{p.0}{0}$. In questo caso è $\frac{p.0}{0}$ = al diametro della circonferenza circolare $= c$. Non tralascio di avvertire, essere parallele le due tangenti condotte ai vertici A, V delle due parabole AD, VZ; il che dimostra la necessità di porre $m=0$, quando $b=0$.

Passo all'altro minimo dipendente dalla supposizione $\sqrt{m-b} = 0$, o sia $b=m$. In tal circostanza sarà $pb = a^2$, $Pb = (c+a)^2$. Dal maneggio di queste due formole finalmente si raccoglie $b = \frac{c^2(P+p+2\sqrt{Pp})}{(P-p)^2}$, a cui corrisponde $a = \frac{c}{P-p}\sqrt{Pp+p^2+2p\sqrt{Pp}}$. Assegnati alle due coordinate questi valori, le parabole si tagliano nel punto G. Nella presente ipotesi avremo $zV = \frac{\overline{p+4b}\cdot\overline{m-b}}{4b} = 0$, il che significa, che la cicloide

si

si ristrigne in un punto. Si può ben sostenere, che la nostra cicloide tagli ad angolo retto la parabola VZ; ma l'altra proprietà, che siano parallele le tangenti delle due parabole condotte pel punto comune G, certamente non si verifica. Abbiamo nulladimeno il minimo, perchè anche in questa supposizione si avverano le due formole $\delta l + \delta m \cdot \frac{ex}{ez} = 0$, $\delta a + \delta b \cdot \frac{ex}{ez} = 0$, essendo nulle le variazioni della cicloide $= 0$.

Alle riflessioni analoghe si possono facilmente accomodare all'altre fig.^re, il che lascio ben volontiere alla perspicacità di V.S. Ill.ma, a cui mi dedico col maggiore rispetto

Di V.S. Ill.ma

Treviso 29. 9bre 1760

Ill.mo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitor V.o
Giordano Riccati

la mia Opera sopra le Leggi del Contrappunto esca in pubblico. Io ne avrò a Lei tutto il debito, e mi glorierò sempre d'essere col maggiore rispetto Di V.S. Ill.ma

Treviso 29. 9bre 1760

Ill.mo Sig. Ab. Leonardo Ximenes Firenze

Divot.mo ed Obbl.mo Servo
Giordano Riccati

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

s' s' 73

non
ezza mia
a forza
are e
z che
ori di
e, che
approvato
il sud.to
otteza
unicam
ato

Sire il
amendue
l'incomodi
mpo
[illegible]
Nicolai

la mia Opera sopra le Leggi del Contrappunto esca in pub=
blico. Io ne avrò a Lei tutto il debito, e mi glorierò sem=
pre d'essere col maggiore rispetto Di V. S. Ill.ma

Treviso 29. 8bre 1760 Divot.mo ed Obbl.mo Servo

Ill.mo Sig. Ab. Leonardo Ximenes Giordano Riccati

Firenze

Il ch. Professore non si voglia l'obbligazione

da.

Sig. Giuseppe Riumo 243 5 5 73

... Ill.mo Sig.re ... Rev.mo ...

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo 241

Il Sig. Ab. Alessandro Zorzi di ch. memoria ha ordinato ai Sig.ri Pazzini Carli Stampatori di Siena, che mi facessero tenere dodici copie del Quadromo della nuova Enciclopedia Italiana. Mi scrissero primieramente gli 11. Feb.o, che aveano spedito l'involto contenente esse copie al Sig. Petronio Callegari di Bologna; indi il dì 31. Marzo asserirono di averlo inviato al Sig.r Erede di Niccolò Pezzana di Venezia; e finalmente il dì 25. Agosto affermarono d'aver unito il mio fagotto ad una balla spedita al Sig. Giuseppe Remondini e Figli di Venezia. Ora tutte queste promesse essendo riuscite vane, supplico V.S. Ill.ma a farsi spedire le mentovate dodici copie, ed io questi oggi medesimo ne do loro la commissione, lagnandomi della poca onestà del loro procedere. Colla occasione poi, che il Sig. Giuseppe Molini viene di tanto in tanto a Venezia, avrà la bontà di consegnarle l'involto. Onorandomi di sua cortese risposta, intenderò volentieri se si possa sperare di conchiudere il trattato coi Sig.ri Fratelli Bindi Stampatori di Siena, onde finalmente la mia Opera sopra le Leggi del Contrappunto esca in pubblico. Io ne avrò a Lei tutto il debito, e mi glorierò sempre di essere col maggiore rispetto Di V.S. Ill.ma

Treviso 29. 9bre 1780

Divot.mo ed Obbl.mo Servo
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Ab. Leonardo Ximenes
Firenze

Il ch. Professore non sciolga l'obbligazione
da

non
... mia
... a forza
... e
... che
... di
... che
... approvato
... sud.to
... collega
... ...
... ...
... il
... ...
... ...
... ...
... ...
Niccolò

Sig. Giuseppe Riumo   243   5' 5'   73

[illegible]

non
...ega mia
...a forza,
...are a
...z, che
...cosi di
...z, che
...approvato
...il med.to
...ocega
...unicare
...ucato

...dire il
...amendue
...i incongli
...mento
...Sig. Amedea
Nicolai

Il ch. Professore non si regli le l'obbiezione
da.

Sig. Giuseppe Riv.mo 243

...li s. Dal corrente li Sig.ri Remondini non avevano ricevuta la consaputa balla, ed avendomi assicurato, che nel caso che la ricevessero, e vi fosse il fagotto per me, non avrebbero mancato di consegnarlo al mio Corrispondente, dal quale non tengo verun avviso; manifestamente comprendo, che né pur questa terza asserita spedizione è seguita. Per troncar dunque queste troppo osservabili dilazioni, ella si compiacerà di far tenere le dodici copie del Prodromo a Firenze al Sig. Ab. Leonardo Ximenes Matematico di S. A. R. cotesto Granduca, chi è stato da me supplicato a riceverle, ed a farmele poi ~~tenere~~ avere a Treviso. Suppongo ch' ella secondarà finalmente le mie premure senza obbligarmi a passi ulteriori, e riverendola mi dichiaro

Di Lei Sig.r Giuseppe Riv.mo

Treviso 29. 9bre 1760

...Giuseppe Pazzini Carli
Siena. ~~Firenze~~.

Aff.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

...quene saro ...
veneratissimo Maestro non l'ho trovato che in lui, e nella casa Riccati in genere. La maggior parte degli altri Matematici d'Europa affettano in oggi d'essere oscuri. Iddio glielo perdoni. ...Teoremi, che ha mandato il Sig.r Giovanni Ercole ...

Il ch. Professore non sciolga di obbiezione
da

s. s. 73

non
... mia
... forza,
... e
... che
... di
... che
appresso
il ...
...
...
...
... il
...
...
...
... Niccolò

s' s' 73

non

egra mia

a foggia,

fare e

z che

così di

z, che

approvato

il med.mo

tega

comunicare

tto

dire il

amendue

i imbrogli

etto

Sig.r Guido

Nicchi

quene saro obblig...

veneratissimo Maestro non l'ho trovata che in lui, e nella casa

Riccati in genere. La maggior parte degli altri Matematici

d'Europa affettano in oggi d'essere oscuri. Iddio glielo perdoni.

Bellissimi dieci bei Teoremi, che ha mandato il Sig.r Giovanni

Il ch. Professore non si voglia l'obbligazione

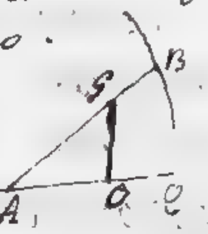
da.

Molto Rendo Pre Sig.re Padrone Colmo 247. 5.5. 73

Sig.r Co. Cavalli mi ha inviato la preziosa Operetta da

Illmo Sig. Sig. Prone Colmo 248

Ho letto con molto piacere le nuove riflessioni, che V.S. Illma ... fa
il Problema della brachistocrona tra due Parabole, e la ringra-
zio moltissimo della briga che si è presa per dilucidare fin le
cose più minute, compiacendomi meco stesso di avere adoperato il
vero metodo per giungere alla soluzione di questo indiavolato Proble-
ma, che obbliga, per non errare, a tanti calcoli, e a tante riflessio-
ni. Ora esamini quest' altro Problema meccanico.



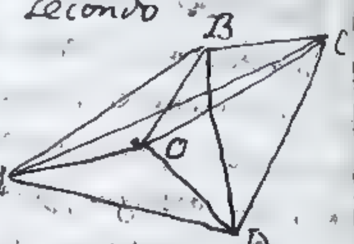
Data una verga rigida AB senza massa, cui sono
attaccati due gravi A, B. Il grave A può
scorrere pel canale AP del piano orizzontale P. A,
cercare la curva, che descriverà il grave B, che parte dalla
PQ. Questo Problema si scioglie facilmente, ove sia noto il Teorema,
che il centro G di gravità de' due corpi, nel moto della verga
dee discendere per la linea verticale GO, e si sa, che la
curva descritta da B sarà un' Elisse. Ma senza quel Teorema
amerei di vedere ... metodo delle ...ioni, e della conserva-
zione delle forze vive ... possa elegantemente ... alla
soluzione. Coi principj dinamici del Sig. d'Alembert ci imbar-
chiamo in un pelago di calcoli che non ha mai fine, ed io
amo il semplice, e il breve. Quand' Ella abbia tutto il comodo
di farmi nota la soluzione che probabilmente farà di questo Problema il fu Sig.
Ab. Conte Vincenzo di Lei Fratello ne' suoi scritti di Meccanica, io
gliene sarò obbligatissimo. La nitidezza d'idee, che aveva il mio
veneratissimo Maestro non l'ho trovata che in lui, e nella casa
Riccati in genere. La maggior parte degli altri Matematici
d'Europa affettano in oggi d'essere oscuri. Iddio glielo perdoni.
Ecco due bei Teoremi, che ha mandato il Sig.r Giovanni

Il ch. Professore non si ... l'obbligazione

da

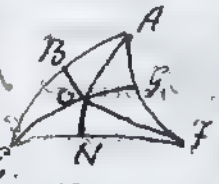
non
... a mia
a ...
... a
3 che
... di
... che
...
il ...
...
...
...
... il
...
...
...
Sig. ...
Nicchi

Bernulli di Berlino al P. Fontana Professore in Pavia, che [illegible]
del Sig. Lexell (il più profondo allievo, che abbia formato [illegible]
Leroff) il primo, e del Sig. Eulero, il secondo.



1° Se da quattro angoli d'una Piramide A triangolare si guidano al suo centro di gravità O le rette CO, BO, AO, DO si ha questa egualità

$$4\{CO^2+BO^2+AO^2+DO^2\} = CB^2+CA^2+CD^2+BA^2+AD^2+D\ldots$$



2° Se dai tre angoli A, E, F d'un triangolo sferico si fan passare per un punto qualunque O tre archi di circoli massimi AON, EOG, FOB i quali tagliano in N, G, B i lati del triangolo, hassi l'egualità $\frac{\text{tang. } ON}{\text{tang. } AN} + \frac{\text{tang. } OG}{\text{tang. } EG} + \frac{\text{tang}\ldots}{\text{tang}\ldots} = 1.$ Questi Teoremi non sono ancora pubblicati, e son assai curiosi e belli.

Io sono con tutto il rispetto

di V. S. Ill.ma

Ferrara li 3 8bre 1780

Dev.mo ed Obblig.mo Servitore
G. Franc.o de Malfatti

Molto Rendo Pre. Sig.re Prone Colmo 247. 5.5. 73

Sig.r Co. Cavalli mi ha inviato la preziosa Operetta da

non

esa mia

a forza,

fare e

3 che

espo vori di

ta

a, che

approvato

il sud.to

concessa

unicamente

questo

dire il

amendue

di involgi

ongeo

Sig.r Guidan

Nicolai

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

4

All' Ill.mo Sig. Sig. Pron.o Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

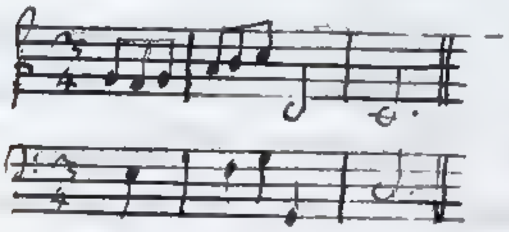
Treviso

Sig.r Co. Cavalli mi ha inviato la preziosa Operetta da
V.R. gentilmente destinatami in dono con somma
mia obbligazione, nella quale cerca la ragione, per
cui siano proibite due Quinte successive nel Contrap=
punto. Io l'ho letta, ed avidamente gustata con infinito
to piacere; e l'ho trovata scritta colla sua solita ele
ganza, e ~~ragionato~~ ottimamente dedotto.
Chiaramente, ed ardentemente vi trova la ragione, che · non
le due Quinte dispiacciono per la soverchia loro dolcezza. · essa mia
Non le vie a ~~quinte~~ altresì, che il progresso di Quinta in
Quinta rechi disgusto all'orecchio, perchè in quello · a forza,
manca la varietà; riflettendo acutamente, che per · fare e
tal motivo si dovrebbero vietare due Terze, due Seste · 3 che
simili, il che è contrario alla pratica. Egli è d'uopo · così di
per altro avvertire, che sendo la Quinta più perfetta
della Terza, e della Sesta; l'udito capisce più chiara= · a, che
mente la mancanza di varietà nella successione · approvato
di due Quinte, che nella successione di due Terze,
o di due Seste; e perciò quelle e non queste sono · il sud.to
proibite. Si potrebbe anche aggiungere, che levata · sotteggo
questa mancanza di varietà troppo intesa dal senso,
dilettano due accordi di Terza e Quinta procedenti di · unicamente
grado; il che si ottiene quando le parti si muovono · secto
contrariamente, come nel seguente esempio 7 G, in
cui · dice il

suo parere anche sopra la Censura del Sig.r Sonatico, e la mia difesa che sono amendue
in sua mano. Chieggo perdono, se per una necessità inevitabile l'impegno in tali imbrogli,
assicurandola della mia gratitudine, e di quella singolar stima con cui mi pregio
Di V.S. Ill.ma Rev.ma Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
11 Ottobre 1780 Pordenello Giambattista Nicolai

Il ch. Professore non si voglia l'obbligazione
da.

in cui si fa transito dall' Ottava, dalla Quinta, e dalla Terz
dell' accompagnamento antecedente alla Quinta, alla
Terza, alla Base del susseguente. E' in oltre concesso
che una parte nel suddetto passaggio si trasferisca
dalla Duodecima del primo accordo alla Quinta del
secondo, come nel sottoposto passo del Sig. Tartini
perchè si dà luogo quanto basta alla varietà.



Devo confermare, che la mancan
di varietà troppo intesa bandì
dal Contrappunto due Quin
successive, osservo che sen
la Quarta meno perfetta della Quinta, per tale cagion
si tollerano due Quarte di seguito, perchè non u
al Basso, ma bensì alle parti di mezzo si riferisc
6—4 / 3 ⟨ 5 3♯
egualmente succede nell' esempio che segue 7 e, in
le parti, che passano dalla Sesta all' Ottava, dalla Ter
alla Quinta fanno due Quarte di seguito.

Chiama V. R. base primaria la prima corda del Tuono, e ba
secondarie le corde rimanenti. Io soglio nominare basi le
tre corde prima, quarta, e quinta, perchè ricevono
gli accompagnamenti fondamentali di Terza e Quin
dai quali si origina dalla Scala del Tuono dipende
dando per altro il titolo di base primaria alla prim
corda, e di basi secondarie alla corde quarta, e quin
perchè

perchè sono state determinate dipendentemente dalla prima, corrispondendo ad esse nelle due più semplici non equisone proporzioni. Alle altre corde si adattano accompagnamenti derivati presso dal Basso fonda=mentale e perciò loro non compete il nome di basi. Mi sembra che ella non approvi i rivolti diligentemente esposti dal Sig. Rousseau. In riguardo agli accordi consonanti, egli appella rivolti quelli ch'io chiamo accompagnamenti derivati, e la sua denominazione ha il fondamento della verità. Infatti negli accordi di Terza e Sesta, la Sesta è una Terza rivoltata, ed in quello di Quarta e Sesta la Quarta è una Quinta rivoltata. È uti=lissima al Contrappunto la considerazione di questi rivolti. Essendo la Quinta più perfetta della Terza, l'orecchio si accorge più chiaramente del rovescia=mento della Quinta, che di quello della Terza; e quindi gli accordi di Terza e Sesta si dovranno usare nei Bassi continui con più frequenza di quelli di Quarta e Sesta, il che viene confermato dalla espe=rienza. Gli accordi derivati fanno l'ottimo effetto di tener sospeso il senso della cantilena, e di ren=derla [illegible]

necessario ancora è non perder di mira i rivolti trattandosi della Dissonanza. L'accordo per esempio 7 6/4 2 nasce dal rovesciare la Settima dell'accordo G 5/3 collocandola

non
essa mia
a forza
are e
3 che
così di
a, che
approvato
il sud.to
scorga
musicale
secreto
Direi il

suo parere anche sopra la Censura del Sig.r Scratico, e la mia offesa che sono amendue in sua mano. Chieggo perdono, se per una necessità inevitabile l'impegno in tali imbrogli, assicurandola della mia gratitudine, e di quella singolar stima con cui mi pregio

Di V. S. Ill.ma Sig. Colen.

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
Giambattista Nicolai

11 ottobre 1780 Padova

Il ch. Professore non si voglia l'obbligazione

da.

collocandola nel Basso continuo. Ciò mi istruisce, che nel detto accordo $F^{6}_{4\,2}$ F è il suono dissonante, che deve risolversi discendendo mediante il passaggio $F^{6}_{4\,2}$ a E^{6}_{3}. Dall'accordo G^{5}_{3} deriva altresì quest'altro $D^{6}_{4\,3}$, nel quale la Terza [F] è il suono dissonante, che ha da risolversi discendendo [rimanendo e] nel modo seguente

$$D^{6\,—\,6}_{4\,—\,5}{}^{3}\;—\;C^{3}.$$

Mi faccio presentemente a ~~riflettere~~ [ponderare] ~~intorno a~~ quella ragione, sulla quale V. R. fonda la proibizione di due Quinte di seguito. Presentandosi alli orecchi l'uno, o l'altro passaggio $F^{5}_{3}\ G^{5}_{3}$, $G^{5}_{3}\ F^{5}_{3}$, resta esso ambiguo qual delle due sia la base primaria, e da questa ambiguità ne nasce il disgusto.
Usando il passaggio $F^{8\,—\,5}_{5\,—\,3}{}^{3}\,—\,G^{3}$ col movimento delle parti indicati dalle linee, non si leva la detta ambiguità; ma il passaggio in tal modo usato reca diletto; dunque la mentovata ambiguità non è il fondamento della proibizione di due Quinte di seguito.

Secondo i miei principj, qualora odo i passaggi $F^{5}_{3}\ G^{5}_{3}$, $G^{5}_{3}\ F^{5}_{3}$ manifestamente m'accorgo, che ~~mi passo~~ [si fa progresso] ~~visto~~ [sito] dalla quarta corda alla quinta, dalla quinta corda alla quarta [del Tuono C per Terza maggiore], e che per conseguenza amendue le

le basi D, G sono secondarie. Qualche incertezza potrà levare il passaggio $C^5\,G^5$, che giusta la varia circostanza si trasferisce o dalla prima corda alla quinta del Tuono C per Terza maggiore, o dalla quarta corda all'ottava del Tuono derivato G, se dalla predetta circostanza non venisse levata. Il ricordato passaggio, che è assai grato, quando le parti a dovere si muovano, riuscirebbe ingratissimo, usato nella seguente assurda maniera $\frac{G\;G}{C^5\;G^5}$; perchè vizio-samente si farebbe transito dalla Terza alla Terza, dalla Quinta alla Quinta, dall'Ottava all'Ottava. La regola generale pel movimento delle parti si è, ch'esse si trasferiscano da consonanza a consonanza di specie diversa, le quali specie sono tre, cioè equisonanza, consonanza perfetta, consonanza imperfetta. Scelto il seguente moto di parti $\frac{10\;\;3}{C^5\;G^1}$ con somma approvazione del senso si passa dalla Decima consonanza imperfetta alla Quinta consonanza perfetta, dall'Ottava equisonanza alla Terza consonanza imperfetta, dalla Quinta consonanza perfetta all'Unisono equisonanza.

Rimetto al purgatissimo giudizio di V. R. il decidere se da me sia stato rettamente stabilito, che dalla sola mancanza di varietà troppo chiaramente conosciuta dipenda il divieto delle due Quinte di seguito.

So

non
egli a mia
a forza,
fare e
3 che
così di
a, che
approvato
il sud.to
esteggia
verificare
questo
dire il

suo parere anche sopra la Censura del Sig.r Scoatto, e a mia difesa che sono amendue in sua mano. Chieggo perdono, se per una necessità inevitabile l'impegno in tali imbrogli, assicurandola della mia gratitudine, e di quella singolar stima con cui mi pregio

Di V. S. Ill.ma Rev.ma

11 Ottobre 1780 Pordenone

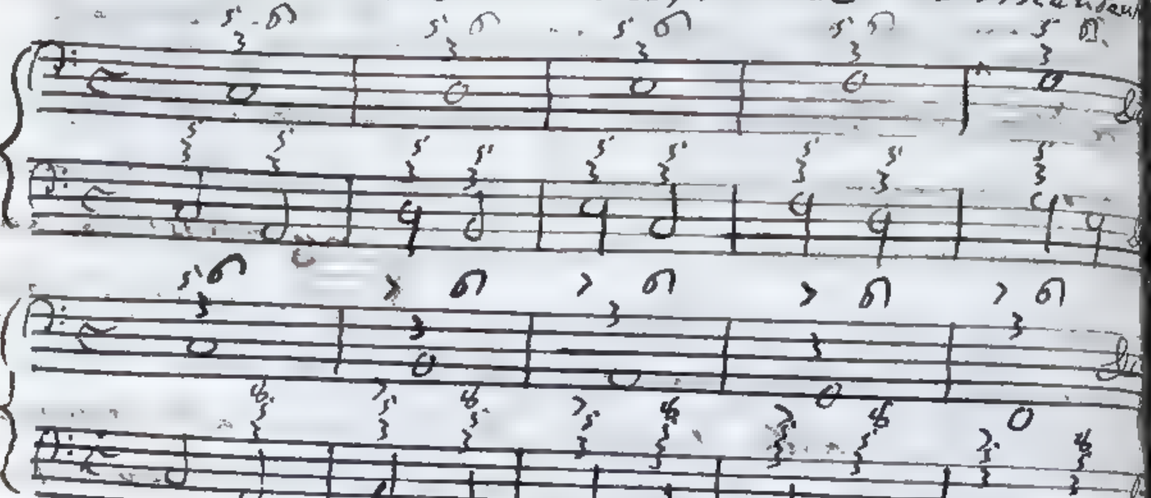
Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
Giambattista Nicolai

Il ch. Professore non si voglia l'obbligazione

Da

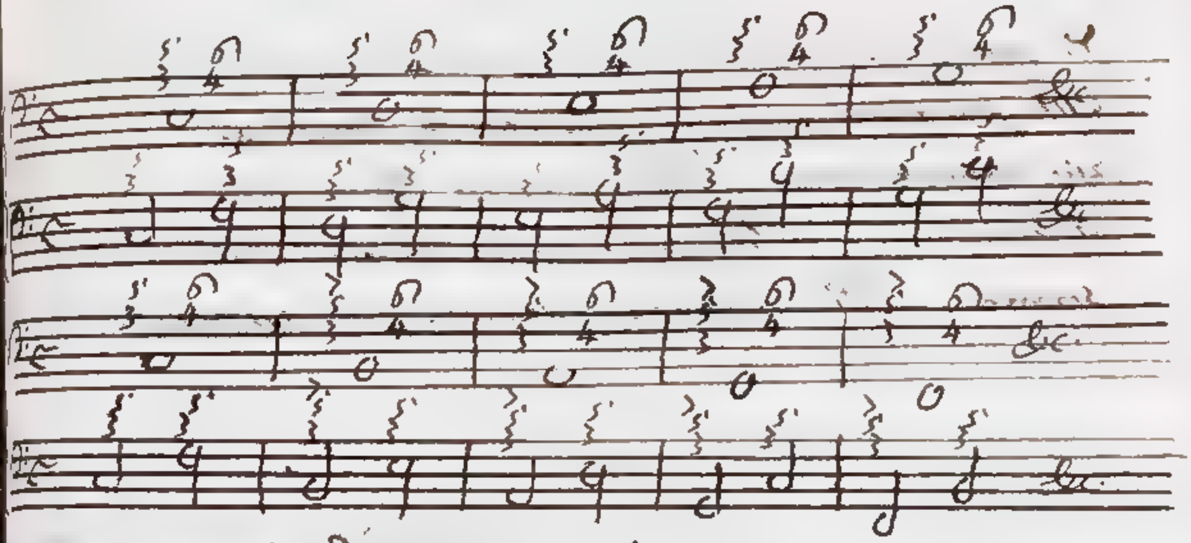
So che ama la verità, e chi benignamente mi permette che io cerchi di parlar in chiaro.

Di molto uso è la scala seconda, ascendente e discendente



Per ben intenderla, egli è d'uopo ricorrere ai Modi derivati, dei quali nel mio Saggio ho tenuto discorso, e che i Maestri adoprano senza conoscerli continuamente guidati dall'orecchio. Nella scala ascendente Basso fondamentale dalla A^{5}_{3} D^{5}_{3}, B^{5}_{3} E^{5}_{3}, C^{5}_{3} F^{5}_{3}, D^{5}_{3} G^{5}_{3} sono Cadenze dalla quinta alla prima corda dei Modi derivati D, E, F, G; e nella scala discendente Basso fondamentale dalla A^{5}_{3} B^{5}_{3}, G^{5}_{3} A^{4}_{3}, F^{5}_{3} G^{5}_{3}, E^{5}_{3} F^{5}_{3} sono Cadenze dalla quarta alla quinta corda dei Modi derivati E, D, C, B, rese più inconcludenti dall'aggiunta della Settima agli accordi conseguenti.

Minore stima merita la scala terza ascendente, e discendente



Oltre che abbondano troppo di accompagnamenti di Quarta e Sesta, considerato il Basso fondamentale dalla scala ascendente, non vi si scopre Cadenza alcuna, ma bensì una serie di passi F^{5}_{3} D^{5}_{3}, G^{5}_{3} C^{5}_{3}, A^{5}_{3} F^{5}_{3}, B^{5}_{3} G^{5}_{3} &c., che modulano dalla quarta corda del Modo precedente alla prima del susseguente. Non così succede nella scala discendente, la quale in riguardo al Basso fondamentale contiene una progressione di Cadenza F^{5}_{3} B^{5}_{3}, C^{5}_{3} A^{5}_{3}, D^{5}_{3} G^{5}_{3}, C^{5}_{3} F^{5}_{3} &c. che si trasferiscono dalla quinta alla prima corda dei Modi derivati B, A, G, F &c., le quali anche per l'aggiunta della Settima agli accordi conseguenti lasciano sospeso il senso della cantilena.

Opera sua dottissima per altro è ricolma a dovizia di

sono passate anche sopra la Censura del Sig.r Stratico, e la mia offesa, che sono amendue in sua mano. Chiedo perdono, se per una necessità inevitabile l'impegno in tali imbrogli [illegible] assicurandola della mia gratitudine, e di quella singolar stima con cui mi protesto Di V.S. Ill.ma [illegible]

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore Giambattista Nicolai

11 ottobre 1780 Padova

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione da

di ottime riflessioni, che mostrano a chiaro lume qu
Ella possiede profondamente la Musica. La ring
zio nuovamente del prezioso dono, di cui mi ha
onorato, e colle più vive dichiarazioni di vera
stima, e di costante rispetto mi sottoscrivo

Di V. R.

Treviso 6 ottobre 1760

P. D. Giovenale Sacchi — Umil.mo Divot.mo ed Obbl.mo Servitore

Milano — Giordano Riccati

non persuasione di alcuni principj o nuovi o veri, agli altri fin ora ignoti, non ostinazione od impegno, fa che io spedisca a V. S. Ill.ma per ultimo questa mia difesa alle sue dottissime obbiezioni: siccome io non posso persuadermi a forza, così non voglio, che Lei lo faccia. Ci è uno spediente, che può salvare e Lei e me. Le mie illazioni dipendono dalle equazioni del § 33, che promette § 34 di dimostrarle direttamente a suo tempo, e porle fuori di quello aspetto di paradosso o di falso, con cui si presentano. Mi pare, che se Lei, Sig.r Conte, nella sua relazione all'Accademia, dopo avere approvato ciò, di cui è persuaso, dicesse di sospendere il suo giudizio sopra il resto, che da questo dipende, di cui non è persuaso § 33, e così sopra il resto, che da questo dipende, di cui non è persuaso per tutte quelle ragioni esposte nelle sue annotazioni, che può comunicare all'Accademia; finchè l'Autore soddisfi al suo impegno; sarebbe tutto almeno per ora in salvo. Mi rimetto però al suo savio giudizio.

Accetto di più V. S. Ill.ma che per legge dell'Accademia stia dar dire il suo parere anche sopra la Lettura del Sig.r Stratico, e la mia difesa che sono amendue in sua mano. Chiedo perdono, se per una necessità inevitabile l'impegno in tali imbrogli, assicurandola della mia gratitudine, e di quella singolar stima con cui mi pregio di

Di V. S. Ill.ma Sig.r Colen.

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
Giambattista Nicolai

11 ottobre 1780 Padova

Il ch. Professore non sceglia l'obbiezione

da

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

fa

Le equazioni del §. 33, che mi si negano, da cui dipende tutto il ragionamento, sono le seguenti $\frac{1+b\sqrt{-z}}{1-b\sqrt{-z}}$ e $\frac{1-b\sqrt{-z}}{1+b\sqrt{-z}} = \frac{1\pm b\sqrt{-z}}{1\mp b\sqrt{-z}}$. Non si possono ammettere, perchè converrebbe anche ammettere il negativo eguale al positivo, e l'imaginario al reale: contraddizione manifesta. Vedrà da poi, dice egli, il credere, ch'io nello stesso tempo, che pongo una quantità positiva, o reale, la voglia eguale alla sua negativa o imaginaria: il che certo sarebbe cadere in questa contraddizione.

L'artifizio, con cui procuro di accordare le sudd.te equazioni, mi par ampia lode, ch'io stesso non pretendo di ricavare, se non se che tali espressioni possono essere suscettibili di tutti quei valori da me accennati, e che perciò ciascuna può aver altra corrispondente, e conseguentemente eguagliarsi.

Tutto quello adunque, che al più mi si potrebbe opporre, è, ch'io mal eguaglio quantità, che poste come sono espresse, sono fra loro ineguali. A questo rispondo, ch'io non le eguaglio arbitrariamente, ma che servendomi dei principj più generali, e più incontrastabili del calcolo tali necessariamente mi si presentano. Che i miei Avversarj stessi per non discendere a tali necessarie conseguenze sono costretti di limitare a casi particolari le regole più generali del calcolo, e da esse arbitrariamente escluderle da tutti quei casi che apportano le mie conseguenze.

Dico di più, che non potendosi determinare se non nei casi particolari quale delle sudd.te espressioni s'abbiano ad adottare, debbono generalmente tutte fra loro eguagliarsi; perchè data quella, che viene determinata dalla particolar equazione, che si maneggia, si possano le altre cogli

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

2 3° 66

opportuni artifizj come conviene conformare.

Dico finalmente, che essi insieme con tutto il resto degli altri Analisti, non ne anno [illegible] esempio, ad accertarsi la pratica. Imperocchè non è comunemente ammessa la equazione $-\sqrt{-1} = \sqrt{-1}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{-1}}$? Chi è che pretenda con questa equazione di dimostrare, che una imaginaria $-\sqrt{-1}$, posta come negativa, si debba eguagliare all'inversa $\frac{1}{\sqrt{-1}}$? Chi con[illegible] conducerebbe un assurdo; perchè un negativo sia reale sia imaginario non può [illegible] eguagliarsi al suo inverso sia reale sia imaginario.

Può bene $-\sqrt{-1}$ considerarsi sotto due aspetti: e come negativa, quando si [illegible] la unità negativa, cioè -1, nel coefficiente: e come inversa nel qual caso il coefficiente -1 passa nello esponente e ci dà $-1.\sqrt{-1} = 1^{-1}.\sqrt{-1} = \sqrt{-1}^{-1}$. [illegible] la inversa $\frac{1}{\sqrt{-1}}$, può rappresentare la inversa $\sqrt{-1}^{-1}$, oppure passando l'esponente nel coefficiente avremo $\sqrt{-1}^{-1} = 1^{-1}.\sqrt{-1} = -1\sqrt{-1} = -\sqrt{-1}$. Come a suo luogo dimostrerò. Che se non ammette la equazione $-\sqrt{-1} = \frac{1}{\sqrt{-1}}$ da questi si [illegible], non veggo perchè abbia ad essere introdotta alle mie equazioni, ciò [illegible] a questa si accorda.

Qui è però necessario far vedere, che non sono poi tanto evidenti le contradizioni (che a suo tempo saranno di forma inconcussa), che nascono dalle ammissioni delle mie equazioni, come per avventura si crede. Queste si riducono [illegible] alle seguenti

Dalle mie illazioni se ne caverebbe I $1^0 = \pm 1$, cioè l'unità zero eguale all'unità positiva

II $\pm 1 = \pm\sqrt{-1}$ il reale eguale allo imaginario.

Rispondo alla prima, che io mi do diritto di dimostrare a suo luogo e [illegible]

di 1°, che non si restringono a questi soli due. Dico intanto che quando $(-1)^{\frac{2}{2}} = \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}} = \frac{-\sqrt{-1}}{-\sqrt{-1}}$, come si accorda § (3,3), se fosse possibile, che quando $\frac{-\sqrt{-1}}{-\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{-1}^{-1}}{\sqrt{-1}^{-1}}$; $\frac{\sqrt{-1}^{-1}}{\sqrt{-1}^{-1}}$ fosse eguale a $\frac{\frac{\sqrt{-1}}{1}}{\frac{1}{\sqrt{-1}}}$, non ne nascerebbe di necessaria conseguenza, essere $(-1)^{\frac{2}{2}} = \frac{\sqrt{-1}}{\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{-1}}}} = \sqrt{-1}.\sqrt{-1} = (-1)^{\frac{2}{2}} = \pm 1$ giacchè $(-1)^{\frac{2}{2}} = \pm 1^2$. La cosa non è così difficile da comprendersi: ma giacchè questa maniera di calcolare mi si niega, sarà da me con altro incontrastabil metodo a suo luogo dimostrata. Mi basta ora di mettere in dubbio l'incrivibile assurdità che si crede di mia supposizione.

Soggiungo soltanto a questo proposito, come, ricordandomisi l'equazione $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{-1}}}$, mi si possa negare quest'ultima conseguenza, ch'io appoggiato al metodo generale delle frazioni dedussi: cioè $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{-1}}} = \sqrt{-1}$. Perchè m'insegna il noto metodo delle frazioni, che divisa la frazione $\frac{a}{b}$ per $\frac{c}{d}$ si à $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a.d}{b.c}$ qualunque siano i valori di a, b, c, d. Adunque fatto $a = b = c = 1$; $d = \sqrt{-1}$, avremo $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a.d}{b.c} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{-1}}} = \frac{1.\sqrt{-1}}{1.1} = \sqrt{-1}$: da cui io poi dedussi l'altro valore di $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$, ossia di $1 = (-1)^{\frac{2}{2}} = 1$.

Rispondo al secondo preteso assurdo, che nasce dall'equazione $\pm 1 = \pm\sqrt{-1}$, che posto $\sqrt{-1}$ veramente imaginario, non si pretende da me, ch'ei debba essere nello stesso tempo reale positivo o negativo.

Il ch. Professore non sciolga l'obbiezione

da.

~ 60

Potendo solo, che sia $\sqrt{-1}$ espressione equivoca, e che tanto possa essere

» che immaginaria, positiva che negativa da determinarsi secondo le circostanze

particolari. Anche di questo, che dipende dalli antecedenti, spero di poter dare

dalle prove convincenti. Intanto se fosse vero che $\sqrt{-1}$ fosse eguale a

$(-1)^{\frac{2}{4}}$, e che questo fosse suscettibile di tali valori, chi mi proporrebbe

la equazione $\pm 1 = \pm\sqrt{-1} = (-1)^{\pm 2}$.

Alla annotazione poi del § 135 mi si accordano le espressioni

$$\frac{\sqrt{-1}-\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1}+\sqrt{-1+q}} = \frac{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}} = \frac{1+\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}{1+\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$$; ma non

mi viene ammessa la altra $\dfrac{1-\sqrt{\frac{-1}{-1}+\frac{q}{-1}}}{1+\sqrt{\frac{-1}{-1}+\frac{q}{-1}}}$, ch'io egualgio alle seconde

perchè si pretende da me dedotta dalla $\dfrac{1-\frac{\sqrt{-1}}{-1}\cdot\sqrt{-1+q}}{1+\frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}$ e portando il

» dal segno indicale la quantità $\frac{\sqrt{-1}}{-1}$ eguale al prodotto, e con ciò mutando

» segno del secondo termine nel numeratore e nel denominatore, lasciando intatto

» il segno del primo termine, il che senza dubbio turba la egualità. Con tal

» maniera di operare si suppone non rettamente $-\sqrt{1-q} = \sqrt{1-q}$. »

Rispondo, oltre a quello ch'o detto nella mia lettera, ch'io non faccio

di ciò, che mi si oppone: mentre altro non faccio che attualmente compiere

divisione soltanto indicata dall'espressione $\dfrac{1\ \frac{-1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}{1\ \frac{+1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}$, che si sopra per

legittima mi si concede, la quale in fondo è la stessa, che $\dfrac{1-\frac{\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1}}}{1+\frac{\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1}}} =$

$= \dfrac{1-\sqrt{\frac{-1}{-1}\frac{+q}{-1}}}{1+\sqrt{\frac{-1}{-1}\frac{+q}{-1}}}$.

Confesso finalmente ciò, che mi si obbietta nell'annotazione del § 138, che v'è in esso un errore accidentale di calcolo, che niente influisce nelle mie conseguenze, anzi che si manifesta tale dal § 137 antecedente. In questo è posto $\left(\frac{1+\sqrt{1-z}}{1-\sqrt{1-z}}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{1-\sqrt{1-z}}{1+\sqrt{1-z}}\right)^{-\frac{1}{n}}$; dunque moltiplicando e dividendo il primo membro per $1+\sqrt{1-z}$, il secondo per $1-\sqrt{1-z}$, nasce, $\frac{1+\sqrt{1-z}}{z^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{1-\sqrt{1-z}}{z^{\frac{1}{n}}}\right)^{-1}$. cioè $\left(\frac{1+\sqrt{1-z}}{z^{\frac{1}{n}}}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{1-\sqrt{1-z}}{z^{\frac{1}{n}}}\right)^{-\frac{1}{n}}$, ch'è la correzione che mi si fa.

Ho detto tutto ciò per far vedere, che la contraddizione che si voleva dedurre dalle mie equazioni, per cui si è accusato il difetto nelle mie prove, può essere soltanto apparente. Riserbandomi da ciò, che in progresso pubblicherò, la verità o falsità di ciò ch'io avanzo: appagandomi per ora di avere dimostrate non sussistenti le obbiezioni fatte al mezzo, che mi à condotto a tali conseguenze.

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

fa.

Nelle matematiche Discipline egli è sommamente necessario evitare gli equivoci, che sono fonti inesausti di errori. Ho già accordato essere $(-1)^{\frac{2}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} = \begin{cases} +1 \\ -1 \\ +\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-1} \end{cases}$. Considerata la frazione $\dfrac{(-1)^{\frac{2}{4}}}{(-1)^{\frac{2}{4}}}$, se al numeratore, ed al denominatore attribuisco lo stesso valore, ho sempre la detta frazione $= 1$; ma se al numeratore, ed al denominatore assegno valori diversi, mi si presenta $\dfrac{(-1)^{\frac{2}{4}}}{(-1)^{\frac{2}{4}}} = \begin{cases} +1 \\ -1 \\ +\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-1} \end{cases}$. Ora benchè questi valori possano competere alla nostra frazione, nulladimeno non sono fra loro eguali, e il supporli tali è uno sbaglio manifestissimo. Deducendosi la formola del §. 33. $\dfrac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \dfrac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}} = \dfrac{1 \pm \sqrt{-1+q}}{1 \mp \sqrt{-1+q}}$ da tali varj valori, non è lecito l'eguagliarla fra loro, quantunque dipendano da una stessa espressione.

Rettamente si prende $-\sqrt{-1} = \dfrac{1}{\sqrt{-1}}$, trasformandosi questa equazione nell'analogia $1 : -\sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : 1$ patentemente vera, perchè il prodotto dei termini estremi pareggia quello dei medj. Non così succede nella formola $\dfrac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \dfrac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$, che cangiata in analogia mi dà $1-\sqrt{1-q} : 1+\sqrt{1-q} :: 1+\sqrt{1-q} : 1-\sqrt{1-q}$ da cui si deduce la falsa equazione $1-2\sqrt{1-q}+1-q = 1+2\sqrt{1-q}+1-q$, o sia $-2\sqrt{1-q} = 2\sqrt{1-q}$.

Il ch. Professore non scioglie l'obbiezione

da

da me fatta, che se in una frazione $\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{a}}}$ i termini situati perpendicolarmente sono di numero pari, si eguaglia ad $\frac{1}{a}$, e se di numero dispari, si eguaglia ad a. Il perchè $\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{-1}}}} = \frac{1}{\sqrt{-1}}$, $\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{-1}}}}} = \sqrt{-1}$. Queste frazioni adunque possono avere due diversi valori, che non possono supporsi eguali, non essendo generalmente $\frac{1}{a} = a$, e ripugnando il fare $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$, ossia $1 = -1$.

La quantità $\sqrt{-1}$ è indispensabilmente immaginaria. Al contrario per esempio $1^{\frac{1}{4}} = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm\sqrt{-1} \end{cases}$ è quantità equivoca, essendo reale o immaginaria, secondochè si fa eguale o a ± 1, o a $\pm\sqrt{-1}$.

Vanguiah §. 35. ~~Ella dice, che dal molti~~plicar o ~~dividere tanto il numeratore, che il denominatore d'una frazione per la stessa quantità massime~~ Ragiono qui sotto le quattro formole da me concesse di questo paragrafo. $\frac{\sqrt{-1} - \sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1} + \sqrt{-1+q}} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}{1 + \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}} = \frac{1 - \frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}{1 + \frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}} = \frac{1 + \sqrt{1-q}}{1 - \sqrt{1-q}}$. Se moltiplicando e dividendo la prima formola per $\sqrt{-1}$, mi si presenta la seconda. Moltiplicando, e dividendo per $\sqrt{-1}$ il secondo termine del numeratore, e del denominatore nella seconda formola, nasce la terza $\frac{1 - \frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}{1 + \frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}} = \frac{1 + \sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{1 - \sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}$. Se altro al quadrato $\sqrt{-1}$, e lo porto dentro del

segno

segno radicale, ho la quarta formola $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$.
L'eguaglianza della formola prima e seconda è patente, e sono parimente uguali le formole seconda, terza, e quarta; perchè non ponendosi mano nei primi termini dei ~~denomi~~ numeratori, e dei denominatori, i secondi termini conservano sempre lo stesso valore, essendo $-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q} = \sqrt{-1}\sqrt{-1+q} = \sqrt{1-q}$. Lo stesso non può affermarsi della formola da me acclusa $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$, in cui non alterandosi i mentovati primi termini, si cangia il valore dei secondi, non essendo $-\sqrt{1-q} = \sqrt{1-q}$. E qui torno a ripetere bisogna schivare l'equivoco, che può nascere dall'essere $\overline{1-q}^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{1-q}$, e dal supporre, che sendo $\pm\sqrt{1-q} = \overline{1-q}^{\frac{1}{2}}$, si abbia ad essere $\sqrt{1-q} = -\sqrt{1-q}$. Dice il Sig. Arciprete che altro non fa salvochè attualmente compiere l'indicata divisione nella espressione concessa $\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}{1 + \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}$. Ora il compiere questa divisione altro non è che moltiplicare per $\frac{1}{\sqrt{-1}}$ alzato al quadrato e portato dentro del segno radicale, dal che di fatto ne proviene $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$. Per evitare lo sbaglio, era necessario moltiplicare per $\frac{-1}{\sqrt{-1}}$ alzato al quadrato, e ne sarebbe nata la formola $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$ eguale alle precedenti

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron. Col.mo

Ritrovandomi qui a Pontremoli per una
laboriosa Confinazione col Genovesato, ricevo il
pregiatissimo Suo foglio de' 29. 7bre, nel quale
mi parla delle dodici copie del Prodromo della
detta Enciclopedia:

Non mi maraviglio, che il Pazzini, il qua-
le ben conosco, tiri ad ingannarla nella spedi-
zione delle dette copie. Per servirla ho subito
scritto a Siena, affinchè detto Pazzini mi spe-
disca l'involto di dette Copie subito al mio ri-
torno a Firenze, giacchè nella mia assenza
sarebbero sinarrite. sarà poi mio pensiero
di far consegnare dette Copie al Sig.r Giuseppe
Molini.

Nell'ultimo mio passaggio da Siena ebbi
trattato collo Stampator Bindi intorno alla Sua
Opera Musicale, ed egli non si è potuto ancora

Siena 27 8bre: 1780

Dev.mo Umil.mo Obb.mo Serv.re
Giuseppe Pazzini Carli

immaginaria

Va - 7
d

26 264

la folcia. Il che dipende per altre Stampe, che
ha per le mani. Ma al mio ritorno procurerò
di lasciare il chiodo, per venire alla total
conclusione.

Non so se sia pervenuto a V. S. Illma il
Manifesto, che ho spedito intorno alla mia
Opera delle nuove Sperienze Idrauliche, che
ha stampato già Giuseppe Bindi; E quando
ci sia pervenuto, mi farebbe gran piacere
a dirmi il Suo Saggio Sentimento. Son già
quasi due Secoli, che si lavora da' tanti
Autori per una quantità di Problemi Idra-
ulici sopra la portata de' Fiumi, sopra le
di loro diramazioni, o Chiaviche &c, e pure
vedrà dall'opera mia, che siamo ancora
da capo, mancandoci gli Elementi necessa-
rj per la Soluzione di detti Problemi, e per

quelli, che appartengono all'Idrodinamica.
E con pienezza di Stima, ed ossequio mi dico
Di V. S. Illma
Pontremoli 14. 8bre 1780

...orriam...
...bn...

...ecc...
...inesso...
...ncio...

All'Illmo Sig. Conte
Giordano Riccati
Treviso

Devotiss. ed ... Servo
Leonardo Ximenes

Siena 27 8bre: 1780

Dmo Umilmo Obmo Serv.re
Giuseppe Pazzini Carli

immaginaria

n. 4

All'Ill.mo Sig. Sig. Pron. Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

10

Treviso

Ill.mo Sig.e Sig.e Pron.e Col.mo 271

Ricevo un pregiatissimo foglio di V.S. Ill.ma 29 Cad.te Speriamo che gia li Sig.ri Lemondini le abbiano rimesso il ballotto contenente altre copie Dodici Prodromo Enciclopedia che fino dal 28 Agosto Cad.o fù spedito ai medesimi e raccomandato, giache l'altro ballotto anteriore fù sperduto, e attendo da V.S. Ill.ma avviso di queste sperando che non avrà l'istesso destino dell'altro, e accio in caso si possa spedire per la terza volta al Sig.e Ab. Leonardo Ximenes.

Non mi risparmii dove mi crede capace, e con il piu sincero rispetto passo a dichiararmi.

Di V.S. Ill.ma

Siena 27 8bre 1780

Dev.mo Umil.mo Obb.mo Serv.e
Giuseppe Pazzini Carli

immaginaria

Va - 7 d

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron.e Col.mo

273

275

immaginarsi

Va - 4

ad

4

All' Ill.mo Sig. Sig. Pron Col.mo
Il Sig. Ill.mo M.se Giordano Riccati:
Venezia ~~~ Treviso

Ill.mo Sig.r Sig.r Prone Col.mo

273

275

Questo dotto ed amabile Sig.r Commissario della Cam.a Ap.lica, Avvocato Ottimio Cedri, avendo saputo che in Padova si vendono i Libri della Libraria Cornaro, e premendogli di avere i Libri che sono notati nell'accluso Foglio, e che stanno nominati nel Catalogo da lui veduto, si è a me diretto, perchè col mezzo di qualche onorato Professore di Padova, ei possa fare l'acquisto di tai Libri. Il Sig.r Avvocato vuole comprarli assolutamente, quando non siano già venduti; ma nello stesso tempo vorrebbe averli al minor prezzo possibile; onde è necessario che un vero galantuomo si presenti ai Venditori, perche con quel minor prezzo, che tenterebbe di spendere per se medesimo, li provveda pel Commissario. V.S. Ill.ma ha in Padova Professore un suo dotto Scolare ed amico, che è il Sig.r Ab. Niccolai. Quindi piuttosto che scrivere io colà ad alcun che conosco, ma non con grande amicizia, ho pensato di pregar Lei, perchè mi faccia la grazia d'indirizzarmi per la compra de' sud.i Libri al prelodato Sig.r Abate, avvertendolo che i Libri si vogliono certamente, ma che spenda meno che può. Provveduti che li avrà, ne farà fare il Sig.r Niccolai un Involto, che spedirà per la Posta al sud.o Sig.r Commissario della Cam.a Ap.lica; e, se vuole andare per la più corta, nell'avvisare il conto del denaro, che avrà speso, si compiacerà il Sig.r Abate di scrivere a me due righe, che sarà immediatamente rimborsato. Scusi l'incomodo, che le reco, mi onori de' suoi pregiatissimi comandi, mentr'io con pienezza di rispetto e di stima mi riprotesto

Ferrara il 5 9bre 1780

Di V.S. Ill.ma

Dev.mo ed Obbliz.mo Servitor Vero
G. Franc.o de' Malfatti

~~...~~

~~...~~ negata ~~...~~ un importante corollario, favorevole al metodo Cardanico, cioè che quantunque le parti y, z siano immaginarie

va - y
z

$px = azy$ ne nascano ... imperfezione.

Se ne ~~[illegible]~~ ricava risulterà un importante co-
rollario favorevole al metodo Cardanico,
cioè che quantunque le parti y, z siano
immaginarie

ra − y / ad

All' Ill.mo e Rev.mo Sig.r e Pron.e Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

p. Venezia

Treviso

Porge i dovuti ringraziamenti a questa illustre Accademia per le nuove impressioni di servitù esponendo la mia sincera opinione intorno alla Dissertazione del Ch. Sig. Prof. Giambatista Nicolai sopra i Principj di un nuovo Calcolo esponenziale, e logaritmico, col quale promette di estendere, e generalizzare il metodo Cardanico in riguardo al famoso Caso irreducibile, e di decidere altresì la celebre controversia dei logaritmi delle quantità negative a favore della loro realità.

Per farsi strada nell'astrusa ricerca, applica il metodo Cardanico alle equazioni $x^2 = px+q$ del secondo grado, la di cui soluzione è altronde nota. Il metodo Cardanico richiede, che fatta $x = z+y$, l'espressione $z^2+2zy+y^2$ si renda simile alla $px+q$ mediante la sostituzione di x in cambio di $z+y$, e si ottiene ciò in infinite maniere, o facendo $n\cdot(zy+y^2) = ny\cdot(z+y) = nyx = px$, o ponendo $n(z^2-y^2) = n\cdot\overline{z-y}\cdot\overline{z+y} = n\cdot\overline{z-y}\cdot x = px$, o finalmente determinando $nyz = px$. Ingegnosamente il Sig. Professore stabilisce $2zy = \frac{(z+y)^2}{m}$, e con giusto metodo perviene a determinare i due genuini valori di $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$. I valori assai composti di y, e di z, ed in moltissimi incontri ancora immaginarj, che si deducono dalle ipotesi $px = nzy$ ne mostrano l'imperfezione. Se ne ~~deduce~~ ricava tuttavia un importante corollario favorevole al metodo Cardanico, cioè che quantunque le parti y, z siano immaginarie

ra–

immaginaria, la loro somma $y+z=x$ è reale, purchè l'equazione $x^2=px+q$ sia fornita di due radici reali.

Non potendosi il nuovo Metodo si di leggieri sviluppare, e render compiuto, obbliga il Sig. Prof. a principiare il suo lavoro dal dedurre alcune antecedenti verità. Dal § 11 sino al § 29 inclusivamente propone alcune giustissime equazioni, che possono riuscire utilissime nelle Analisi.

Nel § 29, e nei seguenti stabilisce parecchie equazioni $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}=\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$, $\frac{1+\sqrt{-1+q}}{1-\sqrt{-1+q}}=\frac{1-\sqrt{-1+q}}{1+\sqrt{-1+q}}$, $\frac{1+\sqrt{-1+q}}{1-\sqrt{-1+q}}=\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$ $\sqrt{1-q}=-\sqrt{1-q}$ &c. Io piuttosto che equazioni amerei di chiamarle cognazioni. La prima, e la quarta formola suppone $-\sqrt{1-q}=\sqrt{1-q}$. Ora essendo $\overline{1-q}^{\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{1-q}$, fra queste due quantità $\pm\sqrt{1-q}$ passa la stretta connessione, per cui l'una, e l'altra è radice della stessa potenza $(1-q)^{\frac{1}{2}}$. Suppone la seconda formola $\sqrt{-1+q}=-\sqrt{-1+q}$, che sono radici della stessa potenza $(-1+q)^{\frac{1}{2}}$. Dalla terza formola si raccoglie $1=\sqrt{-1}$, ed anche queste sono radici della medesima potenza $(1)^{\frac{1}{4}}=\begin{cases}\pm 1\\ \pm\sqrt{-1}\end{cases}$. Intenzion dell'Autore si è il far comprendere, che secondo la occorrenza si può usare una piuttosto che l'altra di quattro radici. Il numero delle radici è uguale al grado dell'equazione, e ben sanno i

Geometri, che alla soluzion di un Problema servono le radici o tutte, o in parte qualmente richiedono le circostanze.

Per dar compimento all'esecuzion del comando ingiuntomi dall'Accademia, resta ch'io esponga il mio rispettoso parere in riguardo alla obbiezione fatta dal Dottissimo Sig. Prof. Simone Stratico. Ho di sopra notato, che in maniere infinite si può dividere l'incognita x in due parti $y+z$ nell'equazione del secondo grado $x^2=px+q$, a cagione di sciogliervela col metodo Cardanico. Si io pongo $ny\cdot(z+y)=nyx=px$, ovvero $n\cdot\overline{z-y}\cdot\overline{z+y}=n\cdot\overline{z-y}\cdot x=px$, nei valori delle parti y, z non si incontrano immaginarj. Ma se determino $nyz=px$, in molti incontri nei valori delle parti y, z si introducono le quantità immaginarie. Nelle equazioni del terzo grado sin al presente non si è potuto ottenere di talmente dividere l'incognita x in due parti y, z, che nei valori di queste si schivino gli immaginarj, quando tutte e tre le radici sono reali. Toccherà al Sig. Prof. Nicolai il manifestare quelli artifizii, che finora si è sottratto all'industria degli Analisti.

§33. Abbiamo $(-1)^{\frac{2}{4}-\frac{2}{4}}=(1)^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}=\dfrac{(1)^{\frac{1}{4}}}{(1)^{\frac{1}{4}}}$.

Fatta la riflessione essere $(1)^{\frac{1}{4}}=\begin{cases}\pm 1\\ \pm\sqrt{-1}\end{cases}$, si io nel numeratore, e nel denominatore della frazione $\dfrac{(1)^{\frac{1}{4}}}{(1)^{\frac{1}{4}}}$ sostituirò in cambio di $(1)^{\frac{1}{4}}$ lo stesso valore, la troverò sempre $=1$: ma se farò uso di valori diversi, scoprirò

$$\frac{(1)^{\frac{1}{4}}}{(1)^{\frac{1}{4}}}$$

$va=y$ ed

$$\frac{(1)^{\frac{1}{4}}}{(1)^{\frac{1}{4}}} = (-1)^{\frac{2}{4}-\frac{2}{4}} = (-1)^{\frac{0}{4}} = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm\sqrt{-1} \end{cases}$$

§ 72. Dev' dirsi vero è necessariamente $\sqrt{-1}\sqrt{-1} = -1$, e non già $\sqrt{-1}\sqrt{-1} = \pm 1$. Da quest' ultima equazione se ne deduce $\sqrt{-1} = \frac{\pm 1}{\sqrt{-1}}$: ma $\frac{\pm 1}{\sqrt{-1}} = \mp\sqrt{-1}$; dunque $\sqrt{-1} = \mp\sqrt{-1}$. Replico quello che ho detto di sopra. Fra $\sqrt{-1}$, e $-\sqrt{-1}$ non passa relazione di egualità, ma bensì quella stretta connessione, che hanno fra loro le radici della stessa potenza $(-1)^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{-1}$.

ya - 4/ ad

ra-4/ad

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo 241

Ill.mo ed Ecc.mo Sig. Sig. Prone Col.mo 239

[Rin]grazio V. S. Ill.ma della Cesarea speditami, che sarà consegnata opportunamente all'Accademia colla sua Dissertazione, che per la sublimità e novità del soggetto farà onore a questa nascente Accadem[ia]. Io confido, che abbia compagna se non di egual merito, almeno degna del pubblico compatimento.

Spedisco colla presente occasione il libro raccomandatomi, il di cui prezzo è L 26. Non si affretti a rimborsarmi, se non quando avrò l'onore di riverirla di nuovo. Qui non c'è novità di sorta. L'Università è passata in silenzio per mancanza degli scolari, e l'Accademia non si aprirà che alla metà del Mese. Ella accresca l'onore dei suoi comandi, che io distintamente mi protesto

... Padova Di V. S. Ill.ma

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
Giambatista Nicolai

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo

$\sqrt{a^2-y^2}$ ad

Illmo Sigre Sigre Proñe Colmo

avendo trovato fra gli scritti di Meccanica di mio fratello la soluzione del Problema, intorno al quale V.S. Illma stava lavorando, li ho sciolto io servendomi del metodo delle azioni. Noterà Ella parecchie curiose circostanze, che fanno vedere la necessità di ricorrere al predetto metodo per non cadere in paralogismo.

Sui Teoremi mandati dal Sig. Giovanni Bernoulli di Berlino al P. Fontana Professore di Pavia non ho potuto fare un pensiero, essendo stato occupato ad esaminare un nuovo Calcolo esponenziale, e logaritmico del Sig. Ab. Nicolai Professore di Analisi nella Università di Padova.

Pazzini con cabale avendomi finora defraudato delle Indici copie del Prodromo, ho pregato il Sig. Ab. Ximenes a farsele inviare a Firenze, ed ho scritto in conformità al Pazzini, che suppongo che eseguirà il mio ordine, per non obbligarmi a passi ulteriori.

Con tutto il rispetto, e costante stima ho l'onore di protestarmi

Di V.S. Illma

Treviso 9 9bre 1760

Illmo Sig. Gian-Francesco de' Malfatti. Ferrara

Divot.mo ed Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

moveranno scorrendosi gli spazietti Aa, ... nello stesso tempo, le velocità saranno proporzionali ad essi spazj; e quindi chiamata $-v$ la velocità del corpo A, avremo $-dx - \frac{ydy}{\sqrt{a^2-y^2}} : dx :: -v : \frac{vdx}{dx + \frac{ydy}{\sqrt{a^2-y^2}}}$ ed

moroni scorrendosi gli spazietti Aa, ec. nello stesso tempo, la velocità saranno proporzionali ad essi spazj; e quindi chiamata $-v$ la velocità del corpo A, avremo $-dx - \frac{ydy}{\sqrt{a^2-y^2}} : dx :: -v : \frac{-v\,dx}{dx + \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}}$

Alla verga rigida AB (fig. 1.) priva di massa siano attaccati due gravi A, B, e possa A scorrere liberamente lungo la linea orizzontale AP, si cerca la curva IBQ descritta dal grave B, e le forze vive acquistate dai corpi A, B.

Supponendo delineata la curva IBQ, e segnata $QP = AB = ab = a$, e tirate le verticali $BC = y$, $bc = y - dy$, faccio $PC = x$, $Cc = dx$. Sia inoltre $PA = z$, $Aa = -dz$, e scopriremo $AC = x - z$, $ac = AC + Aa + Cc = x - z + dx + dz$. Per la proprietà del triangolo rettangolo ABC avremo $x - z = \sqrt{a^2 - y^2}$, e differenziando, $dx - dz = -\frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, da cui si raccoglie $dz = dx + \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$

La velocità per Bb del corpo B si risolve nelle due, verticale per $BG = -dy$, orizzontale per $Gb = dx$. Ora la velocità orizzontale del corpo A per $Aa = -dz = -dx - \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, del corpo B per $Gb = dx$ egli è d'uopo attribuirla ad una forza media orizzontale fra i due corpi, provveniente dalla quale si è impressa ad essi corpi eguali quantità di moto. Scorrendosi gli spazietti Aa, Gb nello stesso tempo, le velocità saranno proporzionali ad essi spazj; e quindi chiamata $-v$ la velocità del corpo A, avremo $-dx - \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}} : dx :: -v : \frac{v\,dx}{dx + \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}}$ ed

ed il quarto termine esprimerà la velocità orizzontale del corpo B: e perchè esser deggiono uguali la quantità di moto, ci si presenterà la formola $Av = \frac{Bv\,dx}{dx + \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}}$,

e dopo la necessaria operazione $\frac{\overline{A+B}}{A} \cdot dx = -\frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. L'integrazione mi dà $C + \frac{\overline{A+B}}{A} \cdot x = \sqrt{a^2-y^2}$. Si determina la costante C riflettendo, che ad $y=o$ dee corrispondere $x=a$, onde si abbia $C = -\frac{Ba}{A}$. Sostituito questo valore si scopre $\frac{\overline{A+B}}{A} \cdot x - \frac{Ba}{A} = \sqrt{a^2-y^2}$, equazione alla curva descritta dal corpo B.

Per costruir questa curva, pongo $\overline{A+B} \cdot x - Ba = \overline{A+B} \cdot p$, di modo che ne risulti $\frac{\overline{A+B}}{A} \cdot p = \sqrt{a^2-y^2}$, ed effettuati i dovuti calcoli $\sqrt{\frac{A^2a^2}{\overline{A+B}^2} - p^2} = \frac{Aay}{\overline{A+B} \cdot a}$. Descritta coi semiassi $KL = a$, $KQ = \frac{Aa}{A+B}$ l'ellissa LBQ, sarà $KC = p$, $CB = y$. Essendo $PQ = a$, $KQ = \frac{Aa}{A+B}$, avremo $PK = a - \frac{Aa}{A+B} = \frac{aB}{A+B}$, e $PC = \frac{aB}{A+B} + p$: ma $p = x - \frac{aB}{A+B}$; dunque $PC = \frac{aB}{A+B} + x - \frac{aB}{A+B} = x$. Il perché l'equazione $\frac{\overline{A+B}}{A} \cdot x - \frac{aB}{A} = \sqrt{a^2-y^2}$ è all'ellissa LBQ, la cui coordinate $PC = x$, $CB = y$: v.

Se sia $A = \infty$; avremo $x = \sqrt{a^2-y^2}$,

e

e l'ellissa diverrà un circolo, il cui centro P, ed il raggio $P.Q = a$. In fatti in tal caso i punti A, P coinciderebbero, ed il corpo infinito A non farebbe moto.

Posto $A = 0$, si trova sempre $PC = x = P.Q = a$; il che indica coincidere i punti C, Q; discendendo il corpo per la linea verticale, che passa pel punto Q; a cagione che il corpo $A = 0$ niente impedisca il moto del corpo B. Nella nostra ipotesi è il semiasse $KQ = \frac{Aa}{A+B} = 0$; e congiungendosi i due punti K, Q, l'ellissa si tramuta in una linea verticale, che passa pel punto Q.

Poichè $KQ = \frac{Aa}{A+B}$, sarà $PK = \frac{Ba}{A+B}$, onde ne risulti $PQ = a$. Mentre dunque la verga sarà pervenuta alla positura orizzontale P.Q, il centro delle masse gravi A, B si troverà in K. Aggiungo, che esso sarà sempre situato nella verticale KL, dimodochè avremo costantemente $TB = \frac{Aa}{A+B}$, $AT = \frac{Ba}{A+B}$. E voglio il vero la sopra scoperta formola $\frac{A+B}{A} \cdot p = \sqrt{a^2-y^2}$ ci insegna essere $AC = \frac{A+B}{A} \cdot p = p + \frac{Bp}{A}$: ma $KC = p$; dunque $AK = \frac{Bp}{A}$, ed $AK : KC :: B : A$: ma $AK : KC :: AT \cdot TB$; dunque $AT : TB :: B : A$, e per conseguenza T è il centro delle masse A, B.

Si deduca per corollario una maniera facile di descrivere l'ellissa LBQ, facendo sì che il punto T della verga AB si muova sempre per la verticale KL, ed il punto A

per

per l'orizzontale PQ.

Cerchiamo presentemente la forza viva dei corpi A, B, ed il loro aggregato. Il corpo B abbia cominciato il suo moto nel punto I, distante dal piano PQ per lo spazio $IM = b$; talmente chè quando è giunto in B, il suo peso abbia esercitata l'azione $B\cdot\overline{b-y}$. Avremo pertanto (chiamate v, V le velocità dei corpi A, B) pel metodo delle azioni $B\cdot\overline{b-y} = \frac{Av^2+BV^2}{2}$. Essendo $v : V :: dz = dx + \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}} : \sqrt{dx^2+dy^2} = ds$, sostituisco in cambio di dx il suo valore $\frac{A}{A+B}\cdot -\frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, e trovo $v : V :: dz = \frac{B\,y\,dy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$ $: ds = \frac{dy\sqrt{\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2}}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$, e quindi $v : V :: By : \sqrt{\overline{A^2+2AB+B^2}\,a^2 - \overline{2AB-B^2}\,y^2}$. Per conseguenza sarà

$$v^2 : V^2 :: B^2y^2 : \overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2,$$

e $Av^2 : BV^2 :: AB^2y^2 : B(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2)$.

Si faccia $AB^2y^2 + B(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2)$
$= B(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{AB-B^2}\cdot y^2) : AB^2y^2 ::$
$B\cdot\overline{b-y} : \frac{AB^2y^2\cdot B\cdot\overline{b-y}}{B(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{AB-B^2}\cdot y^2)} =$

$\frac{ABy^2\cdot B\cdot\overline{b-y}}{\overline{A+B}\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$, e questa sarà la parte d'azione, che si agguaglierà ad $\frac{Av^2}{2}$. Il rimanente dell'azione

$$\frac{(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2)\,B\cdot\overline{b-y}}{\overline{A+B}\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$$

pareggerà la forza viva $\frac{BV^2}{2}$ del corpo B. Per la qual cosa avremo

$$\frac{ABy^2\cdot B\cdot\overline{b-y} + (\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2)\,B\cdot\overline{b-y}}{\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$$

$= \frac{Av^2+BV^2}{2}$.

Due

Due corollarj si possono raccogliere: primieramente, quando nel punto Q $y = a$, sarà sempre $\frac{Av^2}{2} = 0$, e $\frac{BV^2}{2} = \frac{\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2\cdot Bb}{A^2+2AB+B^2\cdot a^2} = Bb$, e tutta l'azione si sarà impiegata nella forza viva del corpo B. [illegible]

La forza viva $\frac{Av^2}{2}$ ha un massimo valore, che si ritrova differenziando la formola $\frac{AB^2y^2\cdot\overline{b-y}}{\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$, e supponendo la differenza $= 0$. Scoprirassi dunque $(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{AB+B^2}\cdot y^2)\cdot(2AB^2by\,dy - 3AB^2y^2dy) + (AB^2by^2 - AB^2y^3)\cdot(\overline{AB+B^2}\cdot 2y\,dy) = 0$.

Ho tralasciata la divisione per $\overline{A+B}^2\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2$ siccome superflua nel presente incontro. Questa formola &c.

Questa formola riceve la divisione per $\overline{A+B}\cdot AB^2y\,dy$, la quale a buon conto mi insegna, che ad $y = 0$ corrisponde la forza viva minima $\frac{Av^2}{2} = 0$, egualmente nel corollario primo accennato. Effettuata la mentovata divisione, avremo $\overline{A+B}\cdot\overline{2a^2b - 3a^2y} + By^3 = 0$. Faccio $y^2 = \frac{\overline{A+B}}{B}\cdot aq$, e scopro $\overline{A+B}\cdot\overline{2a^2b-3a^2y} + \overline{A+B}\cdot aqy = 0$, e dividendo per $\overline{A+B}\cdot a$, $2ab - 3ay + qy = 0$, o sia $\overline{3a-q}\cdot y = 2ab$. Pongo $3a - q = t$, ed ho $ty = 2ab$.

Descritta l'iperbola conica (fig. 2) RSTO, rsto fra gli assintoti RPr, NPo, le cui coordinate formino il rettangolo $= 2ab$, sarà $PC = t$, $CB = y$: ma $3a - t = q$; dunque segnata $PN = 3a$, ne risulta $NC = q$. Col parametro $\frac{\overline{A+B}}{B}\cdot a$, all'asse NP si delinei la parabola apolloniana SBNbs, la quale taglierà in due punti B, S, l'iperbola

fra

fra gli assinti. Al presente problema serve solo il punto B, per cui condotta l'ordinata $BC = y$, determina questa la distanza dal piano PC, a cui essendo giunto il grave B, ha cagionato nel corpo A la massima forza viva. Supposta la massa A infinita, e B finita, il parametro $\frac{A+B}{B}a$ diventa infinito, e venendo l'iperbola tagliata dalla parabola nel punto O, si trova $NO = y = \frac{2}{3}b$. Che se fosse la massa B infinita, ed A finita, in tal caso il parametro si agguaglierebbe ad a; e la parabola tagliando l'iperbola, determinerebbe $CB = y$ alquanto maggiore di $\frac{2}{3}b$. I casi medj fra questi due estremi ci danno $CB = y$ più prossimo ad $NO = \frac{2}{3}b$.

Rischiaro la dottrina con un semplice esempio. Supponendo $A = B$, avremo, quando $\frac{Av^2}{2}$ è massima, $4Aa^2b - 6Aa^2y + Ay^3 = 0$, o sia $4a^2b - 6a^2y + y^3 = 0$. Se $a^2 = \frac{875}{686}b^2$, ed $y = \frac{5b}{7}$, troveremo $4a^2b - 6a^2y + y^3 = \frac{1750b^3}{343} - \frac{2625b^2}{343}\cdot\frac{5}{7}b + \frac{125b^3}{343} = 0$, e per conseguenza

$$1750 + 125 - 1875 = 1875 - 1875 = 0$$

Posta dunque $a^2 = \frac{875}{686}b^2$, avremo la massima forza viva del corpo A, quando $y = \frac{5}{7}b$. E poichè nel nostro esempio $\frac{Av^2}{2} = \frac{Ay^2\cdot\overline{b-y}}{4a^2-2y^2}$, sostituiti i valori di a^2 e di y, scopriremo la massima forza viva $\frac{Av^2}{2} = \frac{Ab}{28}$. Per far toccar con mano, che questa forza viva è la massima, faccio in primo luogo $y = \frac{3}{4}b > \frac{5}{7}b$, e fatti i dovuti

calcoli

calcoli trovo $\frac{Av^2}{2} = A \cdot \frac{23047b}{87304}$. Metto in secondo luogo $y = \frac{4}{3}b < \frac{5}{3}b$, ed i computi mi insegnano $\frac{Av^2}{2} = A \cdot \frac{1372b}{19509}$. Paragonate le scoperte forze vive con $\frac{Ab}{26}$ si manifestano entrambe minori, e perciò rettamente si è determinata $\frac{Ab}{26}$ la massima forza viva del corpo A.

Egli è d'uopo indagare la ragione, per cui la forza viva del corpo A cresce sino ad un certo segno, e poscia diminuendosi totalmente si annulla, quando la verga è pervenuta alla positura orizzontale. Dipende questo effetto dal peso del corpo B, e dalla forza centrifuga, che acquista descrivendo l'ellisse IBQ (fig. 1.). S'intendano condotte al punto B della nostra ellisse la tangente AS, e la normale BO. La gravità del corpo B = BR si risolve in due forze, una tangenziale AS, e l'altra RS normale alla tangente, e questa nuovamente si risolve in due, RY verticale, SY orizzontale, che stimola il corpo A per la direzione QA. Anche la forza centrifuga AD normale alla curva risolvesi in due; DF verticale, FA orizzontale, che spinge il corpo A per la direzione AQ. Dal principio del moto sino al massimo valore di $\frac{Av^2}{2}$ la forza orizzontale dedotta dalla gravità del corpo B supera quella dedotta dalla sua forza centrifuga, e perciò il corpo A spinto da Q verso A si accelera. Giunta $\frac{Av^2}{2}$ al massimo, le predette forze si agguagliano, ed il corpo A nè si accelera, nè si ritarda. Comincia poi la forza dedotta dalla centrifuga ad esser maggiore di quella dedotta

deducta dalla gravità, ed il corpo A tirato da A verso Q si ritarda, sintanto che ha perduto la totale velocità, quando la verga si è adattata alla ~~[illegible]~~ linea orizzontale PQ.

Per la natura dell'ellisse LBQ sarà la sunnormale $NO = \frac{A^2 y}{\overline{A+B}^2}$: ma $BN = \frac{A}{A+B}\sqrt{a^2-y^2}$; dunque $BO = \sqrt{\overline{BN}^2+\overline{NO}^2} = \frac{A}{\overline{A+B}^2}\sqrt{\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-A^2}\cdot y^2}$. Nella nostra ellisse abbiamo il raggio osculatore $r = \frac{(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2)^{\frac{3}{2}}}{\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot Aa^2}$, e poichè la forza centrifuga del corpo B $= \frac{BV^2}{r}$, sostituiti i valori di BV^2, e di r, ci si presenterà la forza centrifuga $BD = \frac{\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot 2ABa^2\cdot\overline{b-y}}{(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{AB-A^2}\cdot y^2)\sqrt{\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-}\ldots}}$

Si determinerà la forza FB, che tira il corpo A per la direzione AQ, mediante l'analogia $OB : NB :: DB : FB = \frac{NB\cdot DB}{OB}$, e la sostituzione dei valori delle linee NB, DB, OB, dalla quale ne risulterà dopo i necessarj calcoli $FB = \frac{\sqrt{a^2-y^2}\cdot(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot 2ABa^2\cdot\overline{b-y})}{(\overline{A^2+2AB+B^2}\cdot a^2 - \overline{2AB-A^2}\cdot y^2)\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$

Passo a stabilire la gravitazione della forza SY dipendente dalla gravità del corpo A. Stando $BO : NO :: AR : RS$, avremo $RS = \frac{NO\cdot AR}{BO}$: ma $BO : BN :: RS = \frac{NO\cdot BR}{BO} : SY$; dunque $SY = \frac{BN\cdot NO\cdot AR}{\overline{BO}^2}$, effettuata la surrogazione dei valori di BN, NO,

BR

AR, AO, ci si presenterà $SY =$
$\frac{\overline{A+B}\cdot ABy\sqrt{a^2-y^2}}{\overline{A+B}^2\cdot a^2 - 2AB - B^2\cdot y^2}$

Se qualcuno cavasse la conseguenza esser
$$SY - FB = \frac{\sqrt{a^2-y^2}\cdot(\overline{A+B}\cdot AB)\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2\cdot 3y - 2b - By^3)}{(\overline{A+B}^2\cdot a^2 - 2\overline{AB-B^2}\cdot y^2)\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - Ay^2)}$$
la forza, che sollecita il corpo A per la direzione QA, caderebbe in paralogismo. La forza viva, onde il corpo A è fornito $\frac{Av^2}{2} = \frac{AB^2y^2\cdot \overline{b-y}}{\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$ servirà a determinare il vero valore di detta forza. Ho di sopra prese le differenze di questa formola, ed ho trovato $Avdv =$
$\frac{(\overline{A+B}\cdot 2a^2b - 3a^2y + By^3)AB^2y\,dy}{\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2}$. Agendo la nostra forza per lo spazietto $Aa = -dx = \frac{-By\,dy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$, se si dividerà la flussione della forza viva del corpo A per $\frac{-By\,dy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$, ne risulterà la giusta grandezza della forza cercata $=$
$\frac{\sqrt{a^2-y^2}\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2\cdot 3y - 2b - By^3)\cdot AB}{(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2}$, ch'è quella forza orizzontale media fra i corpi A, B, a cui ho attribuito nel principio del presente Problema le velocità orizzontali dei corpi predetti.

~~Non altrimenti~~ differenziando la formola ~~$\frac{B}{2}V^2 = (\overline{A+B}^2 a^2 - 2AB - B^2y^2)\,A\cdot \overline{b-y}$~~ ~~$\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)$~~ avremo ~~$BVdV$~~ ~~$= B\cdot \overline{b-y} - \frac{AB^2y^2\,\overline{b-y}}{\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$~~ avremo ~~$BVdV =$~~
~~$-Bdy - \frac{(\overline{A+B}\cdot 2a^2b - 3a^2y + By^3)AB^2y\,dy}{\overline{A+B}\,(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2}$~~

Per iscoprire il giusto valore della forza orizzontale dedotta dalla gravità

del

del corpo B.; si divida $AR = B$ nel punto E in maniera che sia $AE =$
$(\overline{A+B}^2 \cdot a^2 - 2AB - B^2 \cdot y^2)B$, ed $ER =$
$\overline{A+B}\,(\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2)$

$\frac{AA \cdot y^2 \cdot B}{\overline{A+B}(\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2)}$. Si tirino poscia EZ
normale a BS, ZU orizzontale. Stando
$BR : SY :: AE : ZU = \frac{SY \cdot AE}{BR}$
sostituiti i valori di SY, AE, AR,
scopriremo $ZU = \sqrt{a^2-y^2} \cdot \frac{ABy}{\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2} =$
$\sqrt{a^2-y^2} \cdot \frac{(\overline{A+B} \cdot a^2 y - By^3)\,AB}{(\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2)^2}$, forza dedotta
dalla gravità del corpo B, che stimola
il corpo A per la direzione QA.
Detraendo da questa la forza
$\sqrt{a^2-y^2} \cdot \frac{(\overline{A+B} \cdot a^2 \cdot 3y - 2b - By^3)\,AB}{(\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2)^2}$, si
troverà il residuo
$-\sqrt{a^2-y^2} \cdot \frac{(\overline{A+B} \cdot a^2 \cdot 2y + 2b)\,AB}{(\overline{A+B}^2 \cdot a^2 - By^2)^2} =$
$\sqrt{a^2-y^2} \cdot \frac{(\overline{A+B} \cdot a^2 \cdot 2y - 2b)\,AB}{(\overline{A+B}^2 \cdot a^2 - By^2)^2}$, che è la
forza orizzontale proveniente dalla
centrifuga, che sollecita il corpo A
per la direzione AQ.

Anche qui è da osservarsi, che una
tal forza deriva non dall'intera forza
centrifuga DB, ma bensì da una sua
porzione dB, che si riferisce alla
DB come AE a AR; come chi legge
si può accertare col computo.

Egli sembra un mistero, che le forze orizzontali spingenti il corpo A debbano nascere dalla risoluzione d'una parte soltanto del peso del corpo B, e della sua forza centrifuga. Si scoprirà l'arcano, riflettendo, che se tutto il peso $BR = B$, si fosse risolto nella forza tangenziale BS, e nella normale SR, si sarebbe trovata la forza viva $\frac{BV^2}{2}$ del corpo B uguale alla totale azione $B\cdot\overline{b-y}$ della gravità di esso corpo, e la forza viva $\frac{Av^2}{2}$ del corpo A sarebbe nata dal nulla. Avendo dimostrato la forza viva $\frac{BV^2}{2} = BE\cdot\overline{b-y}$, fa di mestieri risolvere la forza BE nella tangenziale BZ, e nella normale ZE, e da questa poi dedurre la forza orizzontale $ZU = \frac{\sqrt{a^2-y^2}\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 y - By^3)AB}{(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2}$, e come ciossiachè abbia inoltre provato la forza viva $\frac{Av^2}{2} = ER\cdot\overline{b-y}$, e fatto vedere che questa nasce dalla somma delle azioni della forza orizzontale $\frac{\sqrt{a^2-y^2}\,(\overline{A+B}\cdot a^2\cdot\overline{3y-2b} - By^3)AB}{(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2}$

per gli spazietti $Aa = -dz = \frac{-By\,dy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$,

la qual forza si eguaglia a $ZU - f.B$; si rende manifesto, che bisogna risolvere non la totale forza centrifuga DB, ma bensì la parziale ~~AD~~ dB

$$= \frac{\sqrt{\overline{A+B}^2\cdot a^2 - \overline{2AB - B^2}\cdot y^2}\cdot 2AB\cdot a^2\cdot\overline{b-y}}{(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)^2}$$

Il metodo delle azioni è il gran fondamento della Meccanica, e chi non ha costantemente la mira ad esso, sta sempre in pericolo d'ingannarsi. Nel nostro problema l'unica forza atta ad esercitar vera azione si è la gravità del corpo B, essendo l'azione della gravità del corpo A totalmente impedita. Dall'azione del peso B ha da procedere la forza viva di ambo i corpi B, A, dovendo sempre essere $\frac{BV^2}{2} + \frac{Av^2}{2} = B \cdot \overline{b-y}$. Le altre forze, che si fanno entrare nella soluzion del problema, sono forze di metodo, e se a loro si attribuisca azione; per aggiustar la partita, egli è d'uopo sottrar altrettanta azione da quella del peso B. Per tal motivo dall'azione intera $AR \cdot b-y$ bisogna detrarre la porzione $ER \cdot b-y$, alla quale si agguaglia quell'azione, che si suppone esercitarsi dalla forza orizzontale, che sollecita il corpo A. Se il metodo delle azioni venisse più di proposito coltivato, la Meccanica farebbe sempre maggiori, e più felici progressi.

Soluzione del precedente Problema quando i due corpi A, B nel principio del moto sono forniti della comune velocità orizzontale $= c$.

Col mezzo del moto traslato agevolmente si prova, che l'ordinata della curva descritta dal corpo B (Fig. 1.) sarà uguale alli ordinata NB dell'ellisse LBR più $\frac{ct}{k}$, che è quello spazio, che si passa colla velocità equabile c nel tempo in cui si scorre la porzione di ellisse LB. S'inferisca, che nel tempo stesso si passano gli spazietti $Bb = ds$, $\frac{cdt}{k}$, e che per conseguenza egli è di uopo indagare il valore di $\frac{cdt}{k}$.

Avendo nella antecedente soluzione trovato $ds = -dy\frac{\sqrt{\overline{A+B}^2 \cdot a^2 - 2AB - B^2 \cdot y^2}}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$, ed $V = \frac{\sqrt{(\overline{A+B}^2 \cdot a^2 - 2AB - B^2 \cdot y^2) \cdot 2 \cdot \overline{b-y} \cdot 2\varepsilon}}{\sqrt{\overline{A+B} \cdot (\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2)}}$, ed essendo $\frac{ds}{V} = \frac{cdt}{k}$, scopriremo

$$\frac{cdt}{k} = \frac{-cdy\sqrt{\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{2 \cdot \overline{b-y} \cdot \overline{A+B} \cdot \overline{a^2-y^2} \cdot 2\varepsilon}}.$$

Sarà pertanto l'elemento dell'ordinata della curva descritta dal corpo B $= dX = dx - \frac{cdy\sqrt{\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{2 \cdot \overline{b-y} \cdot \overline{A+B} \cdot \overline{a^2-y^2} \cdot 2\varepsilon}}$, il quale corrisponderà all'elemento $-dy$ dell'ascissa. E poiché $dx = \frac{-Aydy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$, i due elementi si ~~com~~ riferiranno nella proporzione $\frac{-Aydy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{cdy\sqrt{\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{2 \cdot \overline{b-y} \cdot \overline{A+B}(a^2-y^2) \cdot 2\varepsilon}} : -dy$, cioè a dire come $\frac{Ay}{\sqrt{A+B}} + \frac{c\sqrt{\overline{A+B} \cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon \cdot \overline{b-y}}} : \sqrt{\overline{A+B}(a^2-y^2)}$ e l'equazione della nostra curva

curva sarà $dX = \frac{-Aydy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{cdy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}}}$

Se $c=0$, vi si torna a presentare l'equazione all'ellisse $dX = \frac{-Aydy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$,

e se $A=0$, ne risulta $dX = \frac{-cdy}{\sqrt{4\cdot\varepsilon\cdot\overline{b-y}}}$, equazione alla parabola, che integrata ci dà $X-a = \frac{c\sqrt{b-y}}{\sqrt{\varepsilon}}$, ossia $\overline{X-a}^2 = \frac{c^2}{\varepsilon}\cdot\overline{b-y}$

Chiamato dS l'elemento della curva, si scoprirà $dS^2 = dX^2 + dy^2 =$

$$\frac{A^2y^2dy^2}{\overline{A+B}^2\cdot\overline{a^2-y^2}} + \frac{2Acydy^2\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}\cdot\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}}}$$

$$+ \frac{c^2dy^2\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}} + dy^2 =$$

$$dy^2\cdot\left(\frac{\overline{A+B}^2\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2}{\overline{A+B}^2\cdot\overline{a^2-y^2}} + \frac{2Acy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}}\right.$$

$$\left. + \frac{c^2\cdot\overline{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}\cdot 4\varepsilon\cdot\overline{b-y}}\right)$$

Non altrimenti nominato $d\Sigma$ l'elemento dello spazio passato dal corpo A, avremo

$d\Sigma = \frac{-cdy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}}} - dz$: ma $dz =$

$dx + \frac{ydy}{\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{Bydy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$; dunque $d\Sigma =$

$\frac{-cdy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}}} + \frac{Bydy}{\overline{A+B}\sqrt{a^2-y^2}}$, e quindi $d\Sigma^2 =$

$$dy^2\cdot\left(\frac{B^2y^2}{\overline{A+B}^2\cdot\overline{a^2-y^2}} - \frac{2cBy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}}\right.$$

$$\left. + \frac{c^2\cdot\overline{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\overline{A+B}\cdot\overline{a^2-y^2}\cdot 4\varepsilon\cdot\overline{b-y}}\right)$$

Siano U, u le velocità dei due corpi B, A, e si avverà l'analogia $U^2 : u^2 ::$

$$\frac{\overline{A+B}^2\cdot a^2 - \overline{2AB-B^2}\cdot y^2}{A+B} + \frac{2cAy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}}$$

$$+ \frac{c^2\cdot\overline{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}} : \frac{B^2y^2}{A+B} - \frac{2cBy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}}$$

$+ \frac{c^2\cdot\overline{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}}$, e per conseguenza

$\frac{BU^2}{2}$

$$\frac{BU^2}{2} : \frac{Au^2}{2} :: \frac{B}{2}\Big(\frac{\overline{A+B}^2\cdot a^2 - 2\overline{AB-B^2}\cdot y^2}{A+B}$$
$$- \frac{2cAy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2\cdot\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}}\Big) :$$
$$\frac{A}{2}\Big(\frac{B^2y^2}{A+B} - \frac{2cBy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2\cdot\overline{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}}\Big)$$

ed altresì $\frac{BU^2}{2} + \frac{Au^2}{2} = \frac{\overline{A+B}\cdot c^2}{2} + 2\varepsilon B\cdot\overline{b-y} : \frac{Au^2}{2}$

$$:: \frac{B}{2}(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2) - \frac{cABy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}}$$
$$+ \frac{c^2(\overline{A+B}^2\cdot a^2 - \overline{AB-B^2}\cdot y^2)}{2\varepsilon\cdot\overline{b-y}} : \frac{A}{2}\cdot\frac{B^2y^2}{A+B}$$
$$- \frac{cABy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{4\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2(\overline{A^2+AB}\cdot a^2 - ABy^2)}{2\varepsilon\cdot\overline{b-y}},$$

dalla quale analogia si raccoglie $\frac{Au^2}{2} =$

$$\Big(\frac{\overline{A+B}\cdot c^2}{2} + 2\varepsilon B\cdot\overline{b-y}\Big) \times$$
$$\frac{\Big(\frac{A\cdot B^2y^2}{A+B} - \frac{cABy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2\cdot\overline{A^2+AB}\cdot a^2 - ABy^2}{2\varepsilon\cdot\overline{b-y}}\Big)}{\overline{AB+B^2}\cdot a^2 - B^2y^2 - \frac{2cABy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2(\overline{A+B}^2\cdot a^2 - \overline{AB-B^2}\cdot y^2)}{\varepsilon\cdot\overline{b-y}}}$$

Collo stesso metodo si scoprirà $\frac{BU^2}{2} =$

$$\Big(\frac{\overline{A+B}\cdot c^2}{2} + 2\varepsilon B\cdot\overline{b-y}\Big) \times$$
$$\frac{\Big(B\,\frac{\overline{A+B}^2\cdot a^2 - 2\overline{AB-B^2}\cdot y^2}{A+B} + \frac{cAy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2\cdot\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}{4\varepsilon\cdot\overline{b-y}}\Big)}{\overline{AB+B^2}\cdot a^2 - B^2y^2 - \frac{2cABy\sqrt{\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2}}{\sqrt{\varepsilon\cdot\overline{A+B}\cdot\overline{b-y}}} + \frac{c^2(\overline{A+B}^2\cdot a^2 - \overline{AB-B^2}\cdot y^2)}{\varepsilon\cdot\overline{b-y}}}$$

Più corollarj si possono raccogliere, e primieramente quando la velocità orizzontale e comune ai due corpi si agguaglia a nulla, si troverà come nella prima soluzione $\frac{Au^2}{2} = \frac{ABy^2\cdot 2\varepsilon B\cdot\overline{b-y}}{\overline{A+B}\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$, $\frac{BU^2}{2}$

$$\frac{(\overline{A+B}^2\cdot a^2 - 2\overline{AB-B^2}\cdot y^2)\,2\varepsilon B\cdot\overline{b-y}}{\overline{A+B}\cdot(\overline{A+B}\cdot a^2 - By^2)}$$

Se il corpo B sia privo di gravità, non discenderà, ed essendo sempre $y = b$, avremo $b-y = 0$. Cancellati i termini relativamente nulli, troveremo rettamente

$\frac{Au^2}{2}$

$\frac{Au^2}{2} = \frac{Ac^2}{2}$, $\frac{BU^2}{2} = \frac{Bc^2}{2}$.

Ad $y = 0$ si riferiranno le formole

$$\frac{Au^2}{2} = \frac{(\overline{A+B}\cdot c^2 + 4\varepsilon Bb)}{\overline{A+B}\cdot c^2 + \varepsilon Bb}\cdot\frac{Ac^2}{2}$$

$$\frac{BU^2}{2} = \frac{(\overline{A+B}\cdot c^2 + 4\varepsilon Bb)}{\overline{A+B}\cdot c^2 + \varepsilon Bb}\left(\frac{Bc^2 + \varepsilon Bb}{2}\right)$$

e, quando $c = 0$, ci si presenterà come nella prima soluzione $\frac{Au^2}{2} = 0$, $\frac{BU^2}{2} = 2\varepsilon Bb$.

Postochè sia $A = 0$, troveremo $\frac{BU^2}{2} = \frac{Bc^2}{2} + 2\varepsilon B\cdot\overline{b-y}$, e nell'ipotesi di $c = 0$ $\frac{BU^2}{2} = 2\varepsilon B\cdot\overline{b-y}$ non altrimenti che nella prima soluzione.

Nobile Sig.r Conte Sig.r Pron Col.mo 301

ramente
nengue
retta
ssa per
la stessa
l la pR,
si tener
ra, e nas
. arg. MLR.

ae PM,
. Nel

303

È più di un mese che di missione de Sig.ri Vincenzo Pazzini e Carli e Figli di Siena ci è capitato un involto Libri per V.S. Ill.ma per cui ne stavamo attendendo la di Lei disposizione. Non avendo fin ora ricevuto da V.S. Ill.ma nessun ordine ci siamo risolti di rassegnarle i nostri riscontri ad effetto di poterla ubbidire.

La spesa da Siena a qui compreso porto e dazio di entrata è di — — — £ 12:15

più si spera per la Bolletta di uscita — — — £ 1:2

Che in tutto sono — — — £ 13:17

e con divoto ossequio ci dichiariamo

Venezia alli 10 Xbre 1760 Di V.S. Ill.ma

Umil.mi Dev.mi Servitori
S.S. Neg.ro Remondini di Bassano

a di tempo
copiare gli annessi
a prego di riman-
P. Fontana ha
lo un suo Libro
e stampato a
lo Disquisitiones
ove si trattano
eressanti, ma che
lette, perche il
to l'altr' ieri:

una lettera risentitissima dopo la nostra
ha dato.
Le rinnuovo le mie premure per i Libri da comprarsi
a Padova dalla Libreria Corner, de' quali le ho
scritto due ordinarj sono. Spero che colla sua
mediazione il Sig. Ab. Niccolai favorirà bene e me,
e quello Sig. Commissario di Cam.a Ap.ca che merita
moltissimo. Io sono con tutto il rispetto
Di V.S. Ill.ma Roma li 16 9bre 1780 Dev.mo Obblig.mo Ser.e Ob.o
S. Franc.o de Maffei

ossia $\pi i - \pi a = \frac{La^2}{2\pi i}$, dimostravamo essere $PM - \pi a$ ... $\frac{...}{2PM}$ ... πi

...tamente
...unque
...retta
...ssa per
...la stessa
...la pR,
...si taner
...ue, e nasc=
...ang. $\overline{MLR}$.

...ae PM,
... Na

303

...a di tempo
...copiare gl'annessi
...a pregio di riman-
...P. Fontana ha
...un suo Libro
...e stampato a
...le Disquisitiones
...ove si trattano
...eressanti, ma che
...lette, perche il
...to l'altr'ieri;

...
una lettera risentitissima dopo la ...
ha dato.
Le rinnuovo le mie premure per i Libri da comprarsi
a Padova dalla Libreria Corner, de' quali le ho
scritto due ordinarj sono. Spero che colla sua
mediazione il Sig. Ab. Niccolai favorirà bene e me,
e questo Sig. Commissario da Cam.a Ap.ca che merita
moltissimo. Io sono con tutto il rispetto
Di V.S. Ill.ma Roma li 16 9bre 1780 Dev.mo obblig.mo Ser. Vero
G. Franc.o de Maffari

ossia $\pi i - \pi a = \frac{La^2}{2\pi i}$, dimostravamo, essere ... $= \frac{\ldots}{2PM}$ ... πi

Soluzione del Sig. Gianfrancesco de' Malfatti

Lemma.

Nella retta $A\pi$ (Fig. 1.) si prendano due porzioni infinitamente piccole di primo ordine ed eguali Pp, $p\pi$, e tirata comunque un'altra retta finita PM, al punto M faccia con essa angolo la retta Mi infinitesima di primo ordine per modo che, divisa essa per metà in R, e condotta la Rp, che sega in L la PM, sia la stessa $Rp = PM$. Dico 1.° che congiunta la πi, che taglia in f la pR, sarà $\pi i - PM$ infinitamente piccola. 2.° Che volendosi tener conto della quantità fino agli infinitesimi di 2.° ordine, e trascurare quelle di ordine superiore, sarà $\pi i - PM = PM.\ \text{ang.}\ \overline{MLR}$. 3.° Che sarà ang. MLR = ang. Rfi.

1.ª parte. Fatto centro in Q, ove si intersecano le linee PM, [illegible] Mi, QP si descrivano gli archetti PL, iu. Nel

303

angolo

resi $P\pi$

Fatto st

Ill.mo Sig. Conte Pron. Col.mo

Ringrazio V.S. Ill.ma della dottissima soluzione del Problema meccanico proposto, e la supplico di vedere la mia, che le accludo, dedotta dal principio Alembertiano della risoluzione e della opposizione delle forze, insieme colle difficoltà che muovo contro una formola del lodato Autore, e la applicazione a sì fatti Problemi del principio della conservazione delle forze vive. Se erro, abbia la bontà di coreggermi, ma senza quella sollecitudine, che quanto mi riempie di obbligazioni, altrettanto mi dà pena, perchè temo, non essa le riesca di qualche incomodo.

Io già credeva, che da molto tempo avesse avuto le copie del Prodromo, e mi fa nausea il sentire che il Parzini non gliele ha ancora fatte tenere. Lo stesso è accaduto al P. Fontana, che le ha avute solo la settimana passata. Io ho scritto al Parzini una lettera risentitissima dopo la notizia che mi ha dato.

Le rinnuovo le mie premure per i Libri da comprarsi a Padova dalla Libreria Corner, de' quali le ho scritto due ordinarj sono. Spero che colla sua mediazione il Sig. Ab. Nicolis favorirà bene e me, e questo Sig. Commissario da Cam.a Ap.ca che merita moltissimo. Io sono con tutto il rispetto

Di V.S. Ill.ma Fer.a li 16 9bre 1780 Dev.mo Obblig.mo Ser.e Vero G. Franc.o de Malfatti

P.S. Per mancanza di tempo non ho potuto copiare gli annessi fogli, e però la prego di rimandarmeli. Dal P. Fontana ho avuto in regalo un suo Libro magnificamente stampato a Pavia col titolo Disquisitiones mathematicae, ove si trattano delle cose interessanti, ma che non ho ancor lette, perchè il Libro l'ho avuto l'altr'ieri.

ossia $\pi i - \pi a = \frac{La^2}{2\pi i}$, dimostreremo essere $PM -$ [illegible] $= \frac{[illegible]}{2PM}$ [illegible] πi

172

Ill.mo Ecc.mo Sig. Sig. e Prone Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

p. Venezia a Treviso

Soluzione del Sig. Gianfrancesco de' Malfatti

Lemma.

Nella retta $A\pi$ (Fig. 1.) si prendano due porzioni infinitamente piccole di primo ordine ed eguali Pp, $p\pi$, e tirata comunque una retta finita PM, al punto M faccia con essa angolo la retta Mi infinitesima di primo ordine per modo che divisa essa per metà in R, e condotta la Rp, che sega in L la PM, sia la stessa $Rp = PM$. Dico 1.° che congiunta la πi, che taglia in f la pR, sarà $\pi i - PM$ infinitamente piccola. 2.° Che volendosi tener conto della quantità fino agli infinitesimi di 2.° ordine, e trascurare quelle di ordine superiore, sarà $\pi i - PM = PM.\text{ang.}\overline{MLR}$. 3.° Che sarà ang. MLR = ang. Rfi.

1.ª parte. Fatto centro in Q, ove si intersecano le linee PM, πi, coi raggi Qi, QP si descrivano gli archetti Pt, iu. Nel triangolo $P\pi t$ l'angolo t è retto, e tutti gli altri angoli $t\pi P$, $tP\pi$. Essendo perciò $P\pi$ infinitesima di primo ordine sarà anche πt infinitesima dello stesso ordine. Allo stesso modo proveremo essere Mu infinitesima di primo ordine. Ora è $\pi i = \pi t + tQ + Qi$, e $PM = PQ + Qu + uM = tQ + Qi + uM$, perchè $tQ = PQ$, $Qu = Qi$. Dunque $\pi i - PM = \pi t - uM$; e quindi $\pi i - PM$ diventa una quantità infinitamente piccola.

2.ª parte: Si eccitino Ma, πe, if parallele a pR, sulla quale cadano le perpendicolari Pa, ie, πf, che taglino la retta pR se occorra prodotta ne' punti d, g, c, e sia Mb normale sulla stessa pR prodotta. I triangoli Pdp, πpc per ragione delle uguaglianza della retta Pp, $p\pi$ sono simili, ed eguali, onde abbiamo $pc = pd$, $Pd = \pi c$. Parimente per l'eguaglianza delle rette iR, RM sono simili ed eguali i triangoli iRg, RMb, e quindi $Rg = Rb$, $ig = Mb$. Sicchè $Pd + da = \pi c + Mb = eg + gi$, cioè $Pa = ie$, e di più $cp - gR = pd - Rb$. Col centro π, e col raggio πe si intenda descritto sino alla retta πi l'archetto eo, sarà $\pi i - pR = \pi i - \pi e + \pi e - pR$. Ma $\pi i - \pi e = io$; $\pi e - pR = cg - pR = cp - gR = pd - Rb$: onde $\pi i - pR$, ossia $\pi i - PM = io + PM - Ma$. Ma per la proprietà del cerchio, $\overline{2\pi o + io}\times io = ie^2$, cioè $2\pi o . io + io^2 = ie^2$, e per essere io infinitesima di 2.° ordine, diventa io^2 di 4.°. Trascurato perciò il termine io^2, avremo $2\pi o . io = ie^2$, che dà $io = \frac{ie^2}{2\pi o}$ $= \frac{ie^2}{2\pi i}$. Alla istessa maniera, con cui abbiamo dimostrato essere io, ossia $\pi i - \pi a = \frac{ie^2}{2\pi i}$, dimostreremo essere $PM - Ma = \frac{Pa^2}{2PM}$. Dunque

$\pi i - PM = \frac{ie^2}{2\pi i} + \frac{Pa^2}{2PM} = \frac{Pa^2 \times \overline{\pi i + PM}}{2\pi i \times PM}$, perchè $ie = Pa$. Per la 1.ª parte poi $\pi i + PM$ non supera $2PM$ che di una quantità infinitamente piccola, e Pa^2 è già di second' ordine infinitesima. Sarà quindi trascurate le quantità infinitesime di ordine superiore al secondo, fare $\pi i - PM = \frac{Pa^2 \times 2PM}{2\pi i \times PM} = \frac{Pa^2}{\pi i} = \frac{Pa^2}{PM} = PM \times \frac{Pa^2}{PM^2}$. Ma la perpendicolare Pa non differisce dall' arco descritto col raggio MP che di una quantità infinitesima di 3.º ordine; dunque si potrà assumere Pa come se fosse il predetto archetto; e quindi essendo $\frac{Pa}{PM}$ = all' ang.º PMa = all' ang.º MLR, sarà $\pi i - PM = PM \times \text{ang.}^{o}\,\overline{MLR}^2$.

3.ª parte. La perpendicolare ei, e l' arco descritto col raggio πi, di una quantità infinitesima di 3.º ordine differiscono. Dunque $\frac{ei}{\pi i}$, ossia $\frac{Pa}{\pi i}$ esprimerà l' ang.º $e\pi i$, ossia l' ang. Rli. Ma per la 2.ª parte $\pi i = PM + \frac{Pa^2}{PM}$; dunque $Rli = \frac{Pa}{PM + \frac{Pa^2}{PM}}$. Fatta però la divisione, e ommessi gl' infinitesimi superiori al al 2.º grado, troveremo $Rli = \frac{Pa}{PM}$, cioè $Rli = MLR$.

Problema.

Data la verga rigida PM (Fig. 2.) senza massa, che tiene ai suoi estremi punti attaccati i due gravi P, M, e che fa angolo col piano orizzontale, e immobile fg, in cui si intenda scavato un canale fg, pel quale possa scorrere l' estremo punto P insieme col grave che vi è unito, determinare la curva QZ, che col moto della verga descriverà il corpo M.

Suppongo che il moto cominci da A, e che sia arrivata la verga nella situazione PM. Prendo l' archetto infinitamente piccolo MR della curva descritta, e dal punto R adatto fino al piano la retta $Rp = PM$, e concludo, che mentre il corpo M descrive la linea MR, il corpo P scorre sul piano lo spazietto Pp, onde eguali sono i tempetti per MR, e per Pp. Chiamata dunque V la velocità di M per MR, e u la velocità di P per Pp, si potrà supporre che con moto equabile ma non libero scorrasi nello stesso istante dal corpo M lo spazietto MR colla velocità V, e dal corpo P lo spazietto Pp colla velocità u. Presa ora $p\pi = pP$, supponiamo che col moto obbligato, che induce ne' gravi l' union loro

alla

lla verga, nel successivo istante diverso dal primo si rasturisca il corpo p in π, e che se avesse libero il suo movimento, colla medesima velocità u, e nello stesso secondo istante, potesse scorrere equabilmente lo spazietto pf, che dee essere necessariamente $> p\pi$. Così nella prodotta $M.R$ si supponga che RK sia quello spazietto, che nel sud.to 2.o istante scorrerebbe equabilmente il corpo M colla velocità V, se fosse libero il suo moto, ove si veda, che presa $Ri = M.R$, debbe essere necessariamente $RK > Ri$. Dunque il moto obbligato di M in questo 2.o istante si farà per un' altra linea Re, cosicchè sia infinitamente piccolo l'angolo eRK. Venga determinato il punto e colla Re parallela a Rp, e l'angolo infinitesimo eRK per modo, che condotta $e\pi$, sia $e\pi = PM$, e avremo che nel mentre il corpo P va con moto obbligato da p in π, con moto pure obbligato il corpo M va da R in e.

Nello scorrimento contemporaneo degli spazietti Re, $p\pi$ influisce ancora l'impulso della gravità, che riceve M arrivato in R, e che lo suppongo tutto a un tratto comunicato al corpo M. Abbassate però sul piano le verticali MG, Rg, sia Rg lo spazietto, che per l'impulso della gravità scorrerebbe con moto libero, ed equabilmente nello stesso secondo istante. Poichè gli spazj Rg, RK, Re, $p\pi$, pf possono rappresentare ancora le forze acceleratrici dei corpi, abbiamo nel grave M le due forze Rg, RK, e nel corpo P la forza pf. Prodotta la pR, si prenda in essa $RV = Ke$, e si compia il parallelogrammo colla retta VK. Saranno le due forze Re, RV equivalenti alla forza RK, e la forza pf sarà composta dalle due forze $p\pi$, πf. Ma nel moto obbligato della verga le forze spedite, ossia le velocità reali de' due corpi sono Re, $p\pi$; dunque è necessario, che le forze motrici, ovvero le quantità del movimento nascenti dalle altre forze Rg, RV, πf si distruggano scambievolmente. Risolvo la Rg nelle due Rb, Rc, la prima delle quali sia posta nella direzione della verga, e l'altra sia parallela al piano. Dovran quindi distruggersi i movimenti, che nascono dalle forze $Rb - RV$, Rc, πf. Ora la forza $Rb - RV$ essendo secondo la direzione di Rp, agisce come se fosse applicata al punto p. Presa dunque nella Rp prodotta la $ps = Rb - RV$, e compiuto il rettangolo $phsl$, resta essa risoluta nelle due pl, ph. La prima pl normale al piano

viene

viene distrutta dalla resistenza del piano, e resta attiva l'altra ph, che si dee trasportare in Kv, prendendosi nella CR prodotta a sinistra $Kv = ph$. Perché le due forze RC, Rv sono in direzione contraria, sarà la forza rimanente $RC - Rv$. Passando perciò dalle forze acceleratrici alle motrici, ovvero dalle velocità alle quantità di moto, dovran fare equilibrio le forze $M.(RC - Rv)$, $P.\pi f$, che per essere parallele, e in contraria direzione, somministreranno l'equazione $M.(RC - Rv) = P.\pi f$. (A)

La Rv prodotta taglia la MG in d. Condotte per la retta πi, πk, sia L il punto di concorso delle due PM, pk, e l il punto di concorso delle due pk, πi, e t il punto di concorso delle due pk, πe. Per rapporto agli angoli facciasi la riflessione, che se un angolo positivo si prende verso una parte, il negativo eguale diventa l'opposto al vertice del primo, onde se per esempio si suppone l'angolo PLp in senso positivo, sarà MLR opposto al vertice l'istesso angolo in senso negativo. Ciò posto abbiamo ang. GPM − ang. Gpk = ang. PLp. Dunque ang. Gpk − ang. GPM = − ang. PLp = ang. MLR, ovvero col raggio PM descritto l'archetto MH, che incontra la PH, la quale si conduce parallela a pk, avremo ang. Gpk − ang. GPM = ang. MPH, ch'è posto nel medesimo senso dell'angolo MLR. Dunque l'ang.° MPH è il differenziale dell'angolo calante GPM, cioè fatto $MG = y$, onde nasce $Md = -dy$, e $PM = a$, poiché $MPH = \frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, sarà il differenziale dell'angolo GPM, ovvero l'ang.° $MLR = \frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. La seconda differenza dell'ang.° GPM sarà quella che nasce dal differenziare la frazione $\frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, onde avremo $ddGPM = \frac{-ddy}{\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{y\,dy^2}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$, il che fa vedere, che la seconda differenza del suddetto angolo debb'essere negativa, cioè debb'essere un angolo preso nel senso dell'angolo MLR, ch'è la prima differenza del suddetto ang.° GPM. Ora noi abbiamo i tre angoli decrescenti GPM, Gpk, $G\pi e$; e quindi $Gpk - GPM$, $G\pi e - Gpk$ le due differenze tra i due angoli prossimi. Ma $Gpk - GPM = MLR = kli$ per la terza parte del Lemma, e $Gpk - G\pi e$, ossia $Gpl - G\pi t = \pi tp$, onde $G\pi t - Gpl$, ovvero $G\pi e - Gpk = -\pi tp = ktk$; dunque la differenza

tra

e tra le due differenze $G\pi e - GpR$, $GpR - GPM$, oppure la differenza de' due angoli $K\pi e$, Kli, cioè de' due $p\pi x$, $pl\pi$, vale a dire l'angolo $i\pi e$, ch'è posto nel medesimo senso di MLR, sarà la differenza seconda dell'angolo GPM, e avremo

$$\text{ang.}\ i\pi e = dd \frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$$

Descrivasi col centro in π fino alla πK prodotta col raggio πi l'archetto iY, e si tiri PT normale sulla pR, che sarà anche uguale a NH, ed è normale sulla πY. Per la 1.ª parte del Lemma sarà $\pi i - PM$, ovvero $\pi i - \pi e = \frac{a\,dy^2}{a^2-y^2}$. In oltre $\pi i - \pi K = KY$. Ma perchè l'ang.º $\pi i K$ non differisce che infinitamente poco dall'ang.º PMR, e si potranno questi angoli considerar come uguali, saran pur eguali i loro complementi a un retto, onde sarà l'ang.º RMN = ang. KiY de' triangoli rettangoli RNM, iYK. Varrà dunque l'analogia $MR : RN :: iK : KY$. Per ragione poi dell'assunta ipotesi, MR, Pp sono scorse nel medesimo istante equabilmente da' gravi M, P colle velocità V, u, il che dà ~~MR : RN :: iK : KY~~ $MR : Pp :: V : u$. Di più RK, pf si scorrerebbero equabilmente con moto libero nel medesimo secondo istante diverso dal primo colla stessa velocità V, u; dunque $RK : pf :: V : u$, e quindi $MR : Pp :: RK : pf$, ossia $MR : RK :: Pp : pf$, e dividendo $MR : iK :: Pp : \pi f$, e perciò $Pp : RN :: \pi f : KY$. Faremo anche la riflessione, che PH, pR sono eguali e parallele, e in conseguenza le due RH, Pp saran pure eguali e parallele, onde i triangoli RHN, pTP saranno simili ed eguali, dal che risulta $RN = pT$, e quindi $pP : pT :: \pi f : KY$. Ma perchè l'ang.º GPM non differisce che infinitamente poco dall'ang.º PpT, si possono aver come simili i triangoli PpT, GPM, e sarà $GP : PM :: pT : Pp$, cioè $\sqrt{a^2-y^2} : a :: pT : Pp$, onde traesi $pT = \frac{Pp\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Chiamato dunque $Pp = dz$, $\pi f = \partial$, avremo $dz : \frac{dz\sqrt{a^2-y^2}}{a} :: \partial : KY = \pi i - \pi K$; e quindi $\pi i - \pi K = \frac{\partial\sqrt{a^2-y^2}}{a}$.

L'angolo πKZ differisce infinitamente poco dal angolo pRK. Ma eK è parallela a pR, e l'angolo eKZ è uguale a pRK; dunque l'angolo pKe è infinitamente piccolo; ed essendo Ke intercetta tra la tangente RK, e l'archetto di curva Re, è infinitesima di 1.º ordine, sarà la normale eO infinitesima del 3.º, e la differenza tra KO, e Ke

un

un infinitesimo di ordine superiore al secondo; e quindi $kO = ke$. La normale per Oe potrà considerarsi come un archetto di cerchio di raggio πe, dal che risulterà, che l'ang.° $O\pi e$ sarà infinitesimo di 3.° ordine, e però trascurabile rispetto all'ang.° $i\pi k$, e che $\pi k - \pi e = ke = RV$. Ora essendo $\pi i - \pi e = \pi i - \pi k + \pi k - \pi e$, sarà anche $\pi i - \pi e = \frac{Q\sqrt{a^2-y^2}}{a} + RV$, e in conseguenza $\frac{a\,dy^2}{a^2-y^2} = \frac{Q\sqrt{a^2-y^2}}{a} + RV$. (B).

Inoltre l'angolo $MLN = \frac{MN+NH}{PM} = \frac{MN+PT}{PM}$. Ma questi angolo $= \frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$; dunque $MN = -PT - \frac{a\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Per l'analogia per $Pp : PT :: PM : MG$, avremo $dz : PT :: a : y$, che dà $PT = \frac{y\,dz}{a}$, e quindi $MN = -\frac{y\,dz}{a} - \frac{a\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Di più l'ang.° $i\pi k = \frac{iH}{PM} = \frac{iH}{\pi i}$. Ora sta $MR : ik :: MN : iH$, e $MR : ik :: Pp : \pi f$; dunque $Pp : \pi f :: MN : iH$, e però $iH = \frac{Q\cdot MN}{dz}$, e l'ang.° $i\pi k$, ovvero $i\pi e = \frac{Q\left(-\frac{y\,dz}{a} - \frac{a\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}\right)}{a\,dz}$. Dunque $D\frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{Q\left(-\frac{y\,dz}{a} - \frac{a\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}\right)}{a\,dz}$. (C)

Finalmente per la somiglianza de' triangoli RqC, RpG, ovvero RqC, GPM, abbiamo $GM : GP :: Rq : RC$; $GM : MP :: Rq : Rb$; dalle quali analogie in termini analitici risulta $RC = \frac{Rq\sqrt{a^2-y^2}}{y}$, $Rb = \frac{Rq\cdot a}{y}$. Dunque $Rb - RV = \frac{Rq\cdot a}{y} - RV$. Parimente perchè son simili i triangoli psh, GPM, abbiamo $ps = Rb - RV : ph = Rv :: PM : PG$. Dunque in analisi $Rv = \frac{Rq\cdot a}{y} - RV \times \frac{\sqrt{a^2-y^2}}{a} = \frac{Rq\sqrt{a^2-y^2}}{y} - \frac{RV\sqrt{a^2-y^2}}{a}$, e quindi $RC - Rv = \frac{RV\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Rimesso perciò questo valore nell'equazione (A), avremo $M\cdot\frac{RV\sqrt{a^2-y^2}}{a} = PQ$. (D)

Dall'equazioni (A) (D) si trae $Q = \frac{Ma^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2}\times \overline{M+P}\cdot a^2 - My^2}$, e posto questo valore di Q nell'equazione (C), ritroviamo $D\frac{dy}{\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{Ma^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2}\times\overline{M+P}\cdot a^2 - My^2} \times \frac{y\,dz\sqrt{a^2-y^2} + a^2dy}{a^2dz\sqrt{a^2-y^2}}$. Per ridurre a integrazione questa equazione, faccio $dz = \frac{p\,dy}{a}$, e differenziando nella ipotesi di dz costante, $p\,ddy + dp\,dy = 0$, da cui risulta $ddy = -\frac{dp\,dy}{p}$, e posto questo valore di ddy nel differenziale di $\frac{dy}{\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{ddy}{\sqrt{a^2-y^2}} + \frac{y\,dy^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$, avremo $D.\frac{dy}{\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{-dp\,dy}{p\sqrt{a^2-y^2}} + \frac{y\,dy^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$. Sarà poi $\frac{y\,dz\sqrt{a^2-y^2} + a^2dy}{a^2dz\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{py\sqrt{a^2-y^2} + a^3}{a^2p\sqrt{a^2-y^2}}$. Onde $\frac{-dp\,dy}{p\sqrt{a^2-y^2}} + \frac{y\,dy^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}} =$

Ma^2dy^2

$\frac{Ma^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2}\times\overline{M+P}.a^2-My^2}\times\frac{py\sqrt{a^2-y^2}+a^3}{a^2p\sqrt{a^2-y^2}}$, ovvero $\frac{-dp}{p\sqrt{a^2-y^2}}\ \frac{+ydy}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$

$\frac{-Mydy}{\sqrt{a^2-y^2}\times\overline{M+P}.a^2-My^2}=\frac{Ma^3dy}{p(a^2-y^2)(\overline{M+P}.a^2-My^2)}$. Moltiplichiamo questa equazione per $\frac{p(a^2-y^2)}{\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}$, e ne nascerà

$$\frac{-dp\sqrt{a^2-y^2}}{\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}\ \frac{+pydy}{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}\ \frac{-Mpydy\sqrt{a^2-y^2}}{\overline{\overline{M+P}.a^2-My^2}^{\frac{3}{2}}}=\frac{Ma^3dy}{\overline{\overline{M+P}.a^2-My^2}^{\frac{3}{2}}}$$

la quale integrata dà $\frac{-p\sqrt{a^2-y^2}}{\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}=A\ \frac{+May}{\overline{M+P}.\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}$, ove A è una costante. La suddetta equazione si trasforma in quest'altra $p=-\frac{A\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{a^2-y^2}}-\frac{May}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$, ossia $adz=-\frac{Ady\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{a^2-y^2}}$

$-\frac{Maydy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$. Fatta pertanto $AG=x$, $AP=z$, sarà $x+z=\sqrt{a^2-y^2}$, ossia $z=-x+\sqrt{a^2-y^2}$, onde $dz=-dx-\frac{ydy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, e quindi $adx=$

$\frac{Ady\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{a^2-y^2}}+\frac{Maydy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}-\frac{aydy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, cioè $adx=$

$\frac{Ady\sqrt{\frac{M+P}{M}.a^2-y^2}\times\sqrt{M}}{\sqrt{a^2-y^2}}-\frac{Paydy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$. La costante A resta determinata dalla condizione, che o uno, o tutti e due i gravi comincino il moto con una data velocità; perchè allora essendo nota l'inclinazione della verga sul piano, quando P si ritrova in A, e la direzione primitiva della data velocità de' due corpi, resterà anche nota la ~~costante~~ proporzione di dx a dy nel principio di questo moto, onde verrà anche nota la costante A. In questo caso dipendendo l'integrazione della formola $\frac{Ady\sqrt{\frac{M+P}{M}.a^2-y^2}}{\sqrt{a^2-y^2}}$ dalla rettificazione d'un arco elittico, vorrà dire, che se i gravi cominciano a moversi con una data velocità, la curva è trascendente, ma però costruibile, supposta la rettificazione dell'elissi.

Che se i gravi cominciano il loro moto dalla quiete, non abbiamo condizione alcuna, che ci determini la costante A, perchè ci è ignota la proporzione di $dR:dM$, ossia $dx:-dy$ nel principio del moto. La costante A perciò in tal caso è nulla, e nella ipotesi

ipotesi, che i gravi si partano dalla quiete; sarà l'equazione $dx = \frac{-Pydy}{M+P\sqrt{a^2-y^2}}$, la quale integrata somministra $x+B = \frac{P\sqrt{a^2-y^2}}{M+P}$

Determineremo la costante B colla condizione, che quando la verga si ritrova in A, debba essere $AG = c$, onde sarebbe $MG = \sqrt{a^2-c^2}$. Introdotto pertanto questo valore, avremo $c+B = \frac{Pc}{M+P}$, cioè $B = \frac{-Mc}{M+P}$. Dunque l'equazione alla curva sarà $x - \frac{Mc}{M+P} = \frac{P\sqrt{a^2-y^2}}{M+P}$, la quale è a un'elisse, il cui semiasse maggiore perpendicolare al piano è $= a$, e il semiasse minore $= \frac{Pa}{M+P}$ e la distanza di A dal centro C dell'elisse $= \frac{Mc}{M+P}$.

Coroll. 1. Il semiasse maggiore taglierà la verga nel centro di gravità dei due corpi M, P, qualunque siasi la situazione di essa verga. Imperciocchè, presa la situazione qualunque PM, supponiamo, che il taglio si faccia nel punto D. Poichè $AP = z = -x+\sqrt{a^2-y^2}$, sarà $AP = \frac{-Mc}{M+P} + \frac{M\sqrt{a^2-y^2}}{M+P}$. Dunque $AP + \frac{Mc}{M+P}$, ovvero $PC = \frac{M\sqrt{a^2-y^2}}{M+P}$. Ma sta $GP : PM :: CP : PD$, cioè $\sqrt{a^2-y^2} : a :: \frac{M\sqrt{a^2-y^2}}{M+P} : PD$; dunque $PD = \frac{Ma}{M+P}$, e in conseguenza D è il centro di gravità de' due corpi. Dal che si inferisce, che mentre il grave M col moto della verga descrive un arco di elisse, il centro di gravità de' due corpi discende per la linea retta verticale DC.

Coroll. 2. Se $P = 0$, l'equazione all'elisse diventa $x = \frac{Mc}{M} = c$, il che vuol dire, che la curva diventa una linea retta perpendicolare al piano, ch'è appunto la DC, per cui discende il grave M, il che concorda col precedente corollario.

Coroll.° 3. Conservata l'ipotesi di $P = 0$, l'equazione generale alla curva diventa $adx = Ady\sqrt{M}$, il cui integrale è $ax + B = Ay\sqrt{M}$, ch'è alla linea retta. Dunque rimanendo attaccato alla verga l'unico corpo M, che comincia a moversi con una data velocità per una direzione data, io potrò determinare le costanti A, B, e vedrò in fine, che il corpo M manterrà sempre la direzione, che ha preso sul principio, e che sarà quella della velocità impressa.

Coroll.° 4.° Le velocità de' due corpi M, P si avranno generalmente così, ove il moto cominci dalla quiete. Supposto che in

E cominci il moto della verga, e sia la perpendicolare E O al piano $= b$, sarà pel principio della conservazione delle forze vive, chiamate V, u le velocità de' corpi in M, P, $2M \times \overline{b-y} = MV^2 + Pu^2$, e perchè MR, Pp si trascorrono nello stesso tempo, $V : u :: ds : dz = -dx = -\frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Dunque $MV^2 : Pu^2 :: Mds^2 : Pdz^2$, e $MV^2 + Pu^2 : Pu^2 :: Mds^2 + Pdz^2 : Pdz^2$, e $MV^2 + Pu^2 : MV^2 :: Mds^2 + Pdz^2 : Mds^2$. Sostituito perciò in queste due analogie il valore di $MV^2 + Pu^2$, avremo $2M \times \overline{b-y} : Pu^2 :: Mds^2 + Pdz^2 : Pdz^2$, $2M \times \overline{b-y} : MV^2 :: Mds^2 + Pdz^2 : Mds^2$. Onde raccoglieremo essere $u = \frac{dz\sqrt{2M \times \overline{b-y}}}{\sqrt{Mds^2 + Pdz^2}}$, $V = \frac{ds\sqrt{2M \times \overline{b-y}}}{\sqrt{Mds^2+Pdz^2}}$, cioè

$$u = -\frac{My\sqrt{2(b-y)}}{\sqrt{M+P}\sqrt{\overline{M+P}\times\overline{a^2-y^2}+Py^2}}, \quad V = \frac{\sqrt{P^2y^2+\overline{M+P}\times\overline{a^2-y^2}}\,\sqrt{2(b-y)}}{\sqrt{M+P}\sqrt{\overline{M+P}\times\overline{a^2-y^2}+Py^2}}.$$

Coroll.° 5.° Nelle antecedenti ipotesi, essendo $V\,dt = ds$, colle sostituzioni ritroveremo $dt = -\frac{dy\sqrt{\overline{M+P}\times a^2 - My^2}}{\sqrt{M+P}\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{2\times(b-y)}}$. Questa formola non è integrabile, nemmen supposta la rettificazione dell'elisse, e però non si potrà avere il tempo, che impiegano i corpi M, P per iscorrere i loro rispettivi spazj, che per approssimazione.

Riflessioni sulla soluzione del Problema.

Per determinare le velocità de' corpi, ho fatto uso del metodo della conservazione delle forze vive, perchè la formola che somministra Alembert in Problemi di questa natura, mi dà delle velocità erronee ed assurde. Ritenendo le denominazioni analitiche del Problema, presenta il suddetto Autore come certa la formola $\frac{Q}{dz} = -\frac{du}{u}$, a cui io credo che l'abbia condotto un simile raziocinio. Il secondo istante, in cui si scorrerebbe dal corpo A lo spazietto pf colla velocità u, e con moto libero, differisca infinitamente poco dal primo istante dt. Supponiamo dunque, che il tempo per pf sia $dt + ddt$. Poichè questo spazietto sarebbe scorso equabilmente, vale l'equazione $u\,dt + u\,ddt = dz + Q$. Ma perchè anche Pp è scorso equabilmente nel tempo dt, abbiamo $u\,dt = dz$; dunque $u\,ddt = Q$. Essendo $u\,dt = dz$, e ne' movimenti attuali de' due corpi supponendosi costante dz, avremo differenziando $u\,ddt + du\,dt = 0$, cioè $ddt = -\frac{du\,dt}{u} = -\frac{du\,dz}{u^2}$, cioè $u\,ddt = -\frac{dz\,du}{u}$,

e però $Q = -\frac{Q\,du}{u}$. Ma chi mi assicura, che il tempo per πf sia appunto il preciso differenziale di dt, e non una qualche funzione del tempo esprimibile per $T\,ddt + \Theta\,dt^2$, o in altro modo ancora? Prima di stabilire la formola, conveniva a parer mio dimostrarne la sua verità, il che Alembert non ha fatto.

Per dimostrarla poi assurda realmente, sostituiremo i valori già trovati di Q, e di dt, e nascerà $\frac{du}{u} = \frac{\frac{M+P}{M}\cdot a^2 dy}{y\left(\frac{M+P}{M}\cdot a^2 - y^2\right)}$,

la quale integrata dà $lu = l\,\frac{Cy}{\sqrt{\frac{M+P}{M}\cdot a^2 - y^2}}$, ovvero $u = \frac{Cy}{\sqrt{\frac{M+P}{M}\cdot a^2 - y^2}}$

ove deesi determinare la costante C per modo, che fatto $y = b$, sia $u = 0$. Ma in tal caso la costante C diventa zero; dunque sempre $u = 0$, il che è un assurdo, e quindi &c.

Ma che sarà mai, se anche col metodo della conservazione delle forze vive, adoprato come si suol fare comunemente, non si determinano a dovere le velocità de' due corpi? Supposto che la verga PM non abbia che il corpo M, onde il moto si faccia per la verticale MG, stabilisco come evidente, che la retta MG sarà scorsa in tempo più lungo di quello, che impiegherebbe M, se cadesse liberamente. La ragione salta subito agli occhi, perchè quando M cade liberamente, tutta la gravità si impiega a muoverlo, laddove cadendo attaccato alla verga, parte della gravità vien distrutta dal piano PG, su cui la verga appoggia. Ciò posto applichiamo questa ipotesi alle formole, che abbiamo trovate nella soluzione del Problema. Nella formola del tempo si faccia $P = 0$, ed essa diventa $dt = \frac{-dy}{\sqrt{a}\sqrt{b-y}}$, la cui integrazione è $t = \sqrt{a}\sqrt{b-y}$ senz'aggiunta di costante, perchè ove y sia b, t debb'essere $= 0$. Ma nel moto libero di M, che discende per MG, è parimente il tempo, che chiamo $\Theta = \sqrt{a}\sqrt{b-y}$; dunque $t = \Theta$, il che a me pare assurdo.

Quando i corpi sono attaccati a verghe, o a fili, qualunque siano le forze acceleratrici, che agiscono sui medesimi, e non vi siano piani immobili, o altri ostacoli, che distruggano qualche porzione di effetto delle suddette forze, parmi che il principio della conservazione

della

dalla forza viva sia chiaramente
ostacoli, la dimostrazione di qual
i miei desiderj, e dubito che si v
nostro Problema, facendone uso

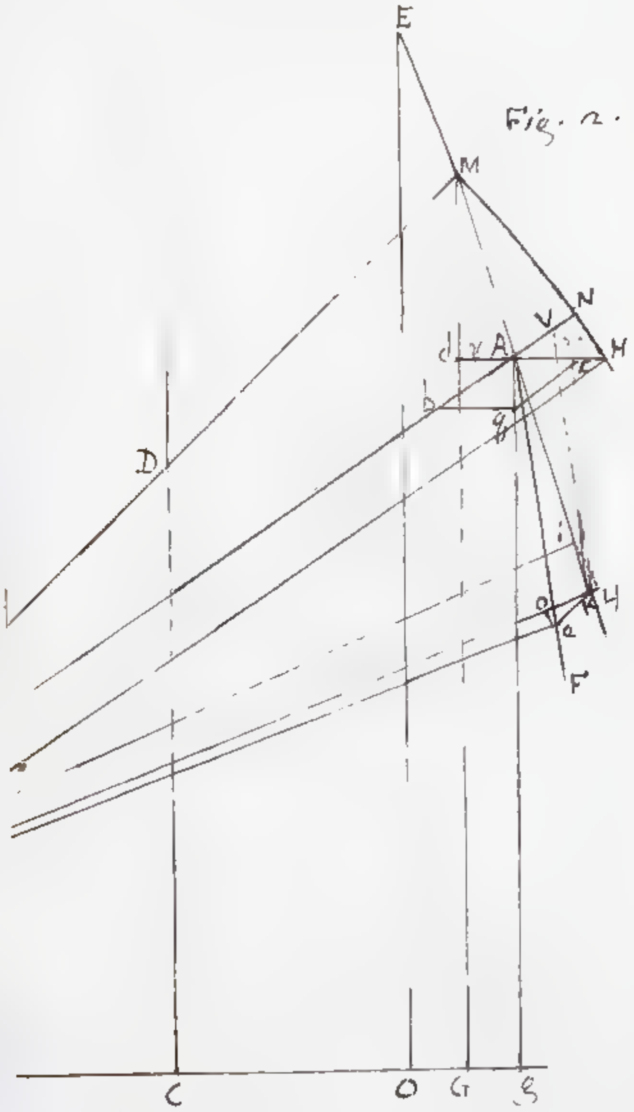


Fig. 2.

[illegible]

[illegible]

...Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo 321 322

3

Ill.mo Sig.re Padrone Sig. Sig. Pad. Col.mo 319

... Dal comando di V.S. Ill.ma o' procurati tutti quei libri che furono
possibili, descritti nella sua nota, spedirli, e dirigerli immediatamente al Sig.r Ald.r
[illegible] Jackson come V.S. mi prescrive. Soli tre mancorono, perchè
[illegible] venduti, e compiere lo intero numero. Spero che avrà del
tempo [illegible] rimettere contando il Sud.to Sig.r, altrimenti o' tratto sopra
esso, perchè conosca quanto [illegible] sia appresso di me un vero desi-
derio. Se posso in altro incontrare la grazia sua [illegible], mi dia
l'onore di farmi conoscere quale umilmente mi segno

Di V.S. Ill.ma

... Ottobre 1760 [illegible]

Mr. Jacob [illegible] London

[illegible] Nicolai

[illegible]mo sij sij. Sat. [illegible] 321 322

[illegible]

Si
nente
ul fi: e
watte: [illegible]
movo [illegible] one
riga: rià
ini
uno di [illegible] dec
che ive
2H. lo ul
i ham, o
nai
ra
'a ma= ranno
'a ama,
i, Re
! ssam: o
altre
Italiane [illegible]
[illegible]
e
cussan
nel
o MSP
e
[illegible]
$\overline{1a^2 y^2}$ ..
$(\overline{Rn} y - 3)$

...imo Sig. Sig. Pad. Col.mo

Sabato scorso ho ricevuto dal Negozio Remondini l'involto per V.S. Ill.ma, e nel fatto stesso gli pagai le lire 12:16, come ne avrà avuto a quest'ora il riscontro. Nella prossima settimana mio Fratello sarà costì, e procurerà di portargli il sud.to involto se bene sia alquanto grosso. A lui pagherà il sud.to denaro, e il prezzo del tomo sesto. Intanto Ella mi continui l'onore de' suoi comandi, e mi creda quale con tutta la stima mi protesto d'essere

di V.S. Ill.ma

Venezia li 20 Agosto 1780

Dev.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Coleti

$M dx^2 + P ds^2 : M dx$; $Pu + Mv$ ...

guenza $u = \frac{dx \times M \sqrt{2 \times b - y} \sqrt{3a^2 - b^2 - by - y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{P}\sqrt{M dx^2 + P ds^2}}$; $V = \frac{ds \sqrt{P} \sqrt{2 \times b - y} \sqrt{3a^2 - b^2 - by - y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{M dx^2 + P ds^2}}$.

L'equazione all'Elisse ci somministra $dx = -\frac{P y dy}{M+P \sqrt{a^2 - y^2}}$; $ds = -\frac{dy \sqrt{\overline{M+P}^2 a^2 - y^2 \times M^2 + 2MP}}{M+P \sqrt{a^2-y^2}}$, onde $\sqrt{M dx^2 + P ds^2} = -\frac{dy \sqrt{P} \sqrt{\overline{M+P} \cdot a^2 - M y^2}}{\sqrt{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$.

3 2 7

3

mo

nti ul fu: e

vettal: m

D, move zione

rega: ria

imi

la MZ i Pl, uno di: irre

del che ve

ano

°= OH. ... ne

rav iran, o

=1, na

ME, ra

ama: ranno

dw, in am:

ci , Re

Pu^2, ... e

l'altra altre

:: Infine fine

perciò ... e

se - ciman

$M dx^2 + P ds^2 : M dx$; $Pu^2 + MV$ ...

quenza $u = \frac{dx \times M \sqrt{2x\overline{b-y}} \sqrt{3a^2 - b^2 - by - y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{P}\sqrt{M dx^2 + P ds^2}}$; $V = \frac{ds\sqrt{P}\sqrt{2x\overline{b-y}}\sqrt{3a^2 - b^2 - by - y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{M dx^2 + P ds^2}}$.

l'equazione all'Elisse ci somministra $dx = \frac{-P y dy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$; $ds =$
$\frac{-dy\sqrt{\overline{M+P}^2 \cdot a^2 - y^2 \times \overline{M^2 + 2MP}}}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$, onde $\sqrt{M dx^2 + P ds^2} = \frac{-dy\sqrt{P}\sqrt{\overline{M+P} \cdot a^2 - M y^2}}{\sqrt{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$.

MSP

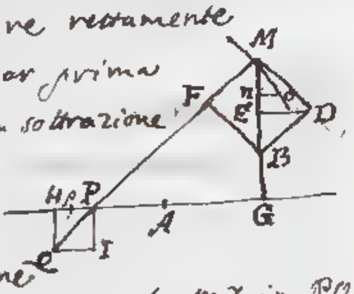
$a^2 - y^2$.

Al Nob.^e Sig. Sig. Pat: Col.^mo
il Sig. Giordano Co: Riccati
Trevigo

Illmo Sig. Sig. Pron Colmo

Illmo Sig. Conte Prone Colmo

[Al]la precedente lettera diretta a V. S. Illma aggiungo anche questa, con
[cu]i, se non erro, do le vere velocità, che appartengono a corpi attaccati
alla verga, che si muove sur un piano. Per applicare rettamente
il metodo delle azioni, conviene a parer mio, ritrovar prima
la forza libera della gravità, che rimane dopo la sottrazione
di quella parte che vien distrutta dal piano.



Per far ciò risolvo la gravità MB nelle due
MF, FD, la prima delle quali sia nella direzione
della verga, l'altra ad essa normale. Trasportata poi la MF in PQ,
risolvo la stessa PQ nelle due PH, PI, la prima nella direzione del
piano, e l'altra al piano perpendicolare. La $PI = QH$ resta dal piano
distrutta. Ma pei triang. simili ed eguali PQH, BDE abbiam $BE = QH$.
Dunque la forza libera della gravità sarà ME. Chiamata ora
$AG = x$, che dà $no = dx$, $GM = y$, che dà $Mn = -dy$, $MP = a$, e $MB = 1$,
avremo $PM : PG :: MB : MD :: MD : ME$, cioè $PM^2 : PG^2 :: MB : ME$,
e in analisi $a^2 : a^2 - y^2 :: 1 : ME = \frac{a^2 - y^2}{a^2}$. Dunque pel principio
della conservazione delle forze vive $M \times \frac{a^2 - y^2}{a^2} \times -dy = MVdV + Pudu$,
e integrando, nell'ipotesi, che quando la verga è in A, cominci
il moto, e diventi $MG = b$; $\frac{2M \times 3a^2 - b^2 - by - y^2 \times b - y}{3a^2} = MV^2 + Pu^2$,
intendendo sempre che V sia la velocità di M per $Mo = ds$, e l'altra
u la velocità di P per $PA = dz$, ove sia $AP = z$. Ora sta $Mo : no ::$
V : alla velocità orizzontale per no, che diventa $= \frac{Vdx}{ds}$. Sarà perciò
$Pu = \frac{MVdx}{ds}$, onde nasce $u : V :: Mdx : Pds$, e $Pu^2 + MV^2 : Pu^2 ::$
$Mdx^2 + Pds^2 : Mdx^2$; $Pu^2 + MV^2 : MV^2 :: Mdx^2 + Pds^2 : Pds^2$. In conse-
guenza $u = \frac{dx \times M \sqrt{2 \times b - y} \sqrt{3a^2 - b^2 - by - y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{P}\sqrt{Mdx^2 + Pds^2}}$; $V = \frac{ds\sqrt{P}\sqrt{2 \times b - y}\sqrt{3a^2 - b^2 - by - y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{Mdx^2 + Pds^2}}$.
L'equazione all'Elisse ci somministra $dx = -\frac{Pydy}{M + P\sqrt{a^2 - y^2}}$; $ds =$
$\frac{-dy\sqrt{\overline{M+P}^2 \cdot a^2 - y^2 \times M^2 + 2MP}}{M + P\sqrt{a^2 - y^2}}$, onde $\sqrt{Mdx^2 + Pds^2} = \frac{-dy\sqrt{P}\sqrt{\overline{M+P} \cdot a^2 - My^2}}{\sqrt{M+P}\sqrt{a^2 - y^2}}$.

Posti pertanto questi valori nelle superiori equazioni, abbiamo

$$u = \frac{My\sqrt{2\times \overline{b-y}}\sqrt{3a^2-b^2-by-y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{M+P}\sqrt{\overline{M+P}\cdot a^2 - My^2}} \; ; \; V = \frac{\sqrt{2\times\overline{b-y}}\sqrt{3a^2-b^2-by-y^2}\sqrt{\overline{M+P}^2 a^2 - (M+\ldots}}{a\sqrt{3}\sqrt{M+P}\sqrt{\overline{M+P}\cdot a^2 - My^2}}$$

Rifletteremo, che diventa $u=0$, quando $y=0$, e quando $y=b$. e ve[…] non potersi avverare che u sia nulla, quando $\sqrt{3a^2-b^2-by-y^2}=0$, p[er]ché in questa ipotesi il valore di y è tale, che non può convenire al nostro Problema. Di fatto in tal caso abbiamo $y = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{3}\sqrt{a^2-\ldots}$ cioè, trascurato il valore negativo, che non può aversi nel nostro Pro[blema] $y = -\frac{b}{2} + \sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}$. Ora poiché è $a^2 > b^2$, sarà anche $a^2 - \frac{b^2}{4} > \frac{3b^2}{4}$ e cavando la radice; $\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} > \frac{b\sqrt{3}}{2}$, e moltiplicando per $\sqrt{3}$; $\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} > \frac{3b}{2}\left(= b+\frac{b}{2}\right)$. Dunque levato $\frac{b}{2}$, sarà $-\frac{b}{2}+\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} > b$ cioè la velocità u sarà anche zero, quando y ha il valore sopra[…] necessariamente maggiore di b. Ma supponiamo che cominci il m[…] ove sia $y=b$. Dunque questa ipotesi terza è assurda, nè può servire alla determinazione di $u=0$.

Annullato il corpo P, diventa $\frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{y\sqrt{b-y}\sqrt{3a^2-b^2-by-y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{a^2-y^2}}$. Ora si faccia b[…] cioè si supponga la prima posizione della verga verticale, avremo

$$\frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{y\sqrt{a-y}\sqrt{2a^2-ay-y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{a-y}\sqrt{a+y}} = \frac{y\sqrt{2a^2-ay-y^2}}{a\sqrt{3}\sqrt{a+y}} = \frac{y\sqrt{2a+y}\sqrt{a-y}}{a\sqrt{3}\sqrt{a+y}}$$

Facciam anche $y=a$ per sapere qual sia la velocità u nella posizione verticale [della] verga, ed avremo realmente $u=0$, come deve essere. Se a[…] a questa ipotesi la velocità da lei determinata, risulta $\frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{y\sqrt{a-y}}{\sqrt{a-y}\sqrt{a+y}} = \frac{y}{\sqrt{a+y}}$, in cui fatto $y=a$, abbiamo $\frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$, che è impossibile.

Se io non ho sbagliato il calcolo, abbiamo la massima velocità u, quan[do] $3y^5 - 8a^2y^3 + 9a^4y - 6a^4b + 2a^2b^3 = 0$, sempre che sia $P=0$. Facciasi per cagion d'esempio $b=1$, $a=\frac{4}{\sqrt{15}}$, onde nasca l'equazione

Illmo Sig. Sig. Pron Colmo

3 2 7

3 2 5

$y^4 - \frac{2^7 y^3}{5\cdot 3} + \frac{2^8 y}{5^2} - \frac{11\cdot 2^5}{5^2\cdot 3} = 0$, la quale è divisibile per la quantità $y - \frac{2}{3}$, e lascia $y^4 + \frac{2y^3}{3} - \frac{3\cdot 2^2 y^2}{5} - \frac{2^3 y}{5} + \frac{11\cdot 2^4}{5^2} = 0$. Questa equazione esaminata coi noti metodi ha tutte e quattro le sue radici immaginarie. Resta dunque, che si abbia la massima velocità u, quando $y = \frac{2}{3}$

Restando sempre l'ipotesi di $P=0$, cerchiamo il tempo impiegato nella discesa verticale del grave M. Poichè $u\,dt = dz$, e $dz = \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, ove si prenda y negativa, colle sostituzioni avrem $dt = \frac{a\sqrt{\frac{3}{2}} \times dy}{\sqrt{b-y}\,\sqrt{3a^2-b^2-by-y^2}}$. Si faccia $\sqrt{b-y} = \frac{r}{\sqrt{a}}$, e la formola si cangierà in quest'altra

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{\frac{3ab}{2} + a\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} - r^2} \times \sqrt{-\frac{3ab}{2} + a\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} + r^2}}$$, cioè

$$\frac{dt\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}}{\sqrt{a}\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{dr\sqrt{\frac{3ab}{2} + a\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} - r^2}}{\sqrt{-\frac{3ab}{2} + a\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} + r^2}} + \frac{dr\sqrt{-\frac{3ab}{2} + a\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} + r^2}}{\sqrt{\frac{3ab}{2} + a\sqrt{3}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}} - r^2}}.$$

Le forme dell'omogeneo di comparazione portano alla rettificazione delle Sezioni Coniche. Dunque senza tale rettificazione non si può avere il vero tempo della discesa del corpo M.

Assoggetto questi miei pensamenti al rispettabile giudizio di V. S. Illma, e con pienissimo ossequio mi raffermo

Di V. S. Illma

Ferrara li 20 9bre 1780

P.S. In questo punto ricevo avviso dal Sig. Commissario, che ha ricevuto da Padova i commessi libri insieme con lettera gentilissima del Sig. Professore Nicolai. Io ringrazio infinitamente V. S. Illma della prontezza, con cui mi ha favorito, e la supplico di passare altrettanti ringraziamenti in mio nome al degnissimo Sig. Abate.

Devmo ed Obbligmo Servitor Vero

G. Francesco de' Malfatti

All'Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron.e Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

p Venezia

Treviso

Illmo Sig. Sig. Pron Colmo 327

Al cominciar del passato Settembre io mi portai alla villeggiatura, donde nel finir dell'Ottobre passai a Correggio nella mia casa paterna, ove mi son trattenuto fino a quest'ora. Al mio ritorno in Modena seguito tre giorni sono trovo inaspettatamente una graziosissima lettera di V. S. Illma unita al prezioso regalo di cui Ella ha voluto sì gentilmente onorarmi. Niuno s'è preso il pensiero di spedirmi nemmeno la lettera. Questo accidente mi ha cagionato un doppio spiacere; uno di non poter conoscere, e ringraziare in persona quel dotto, e pulito Cavaliere, che mi ha favorito; l'altro d'aver differito per sì lungo tempo un uffizio per me troppo doveroso verso di Lei. Non tardo ora un momento a darle ragguaglio di tutto, e a protestarle infinite obbligazioni per un dono, che mi è carissimo.

Ho letto altresì i due Opuscoli di V. S. Illma inseriti nelle Raccolte Ferraresi. La materia è maneggiata con tanta profondità, e sottigliezza, ch'io non so, se si possa andar più oltre.

La Dissertazione sopra il sistema musico di M. Rameau mi vien detto, che è già stampata nel Tomo 21 di questo Giornale, che sta tuttavia sotto il torchio. L'altre spero che usciranno ne' Tomi seguenti, e tutte serviranno a far conoscere agl'Italiani, che non abbiamo di che invidiare agli esteri nella Musica teorica. Resto sempre col più profondo ossequio

Di V. S. Illma

Modena 22 Novembre 1780

Umilmo Divotmo Servitore
Giuseppe Cantarelli

Illmo Sig. Pietro Giannini
Segovia

Affmo Servitore ed Amico
Giordano Riccati

tuo Sig. Pietro Giannini
Segovia

Aff.mo Servitore et Amico
Giordano Riccati

2

5

Al Nobile Sig. Sig. Pron Colmo

Il Sig. Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo 331

33

Illmo Sigre Sigre Pvone Colmo 329

...namente V. S. Illma ha preso risoluzione di formarsi ...etti finchè si presenti l'occasione di poter essere impiegato nelli Accademia di Padova. Intanto io me rallegro che il Sig. Conte Lascy nuovo Comandante Generale di Artigliaria abbia approvato tutto ciò, chè è stato fatto da Lei contro l'opinione di qualche Professore, che tentava di screditarla. A buon conto il Sig. Procurator Tron è pienamente informato e del suo sapere, e della cose da Lei pubblicate, e mi persuado, che venendo l'incontro, le sarà favorevole. Quando possiamo ottenere l'intento, Ella potrà godere della desiderabile compagnia del Sig. Ab. Niccolai, ed io avrò il vantaggio di esser poco da Lei lontano, e di darle con più frequenza gli attestati di quella stima, con cui mi segno

Di V. S. Illma

Treviso 22 gbre 1760

Illmo Sig. Pietro Giannini Segovia

Affmo Servitore ed Amico
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo

331

Ill.mo e Rev.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo

331

In giovedì scorso ha ricevuto dal Sig. Giuseppe Piacentini le lire 12:15 da me pagate al Negozio Remondini, e più lire 11 per il tomo tolto dalla Raccolta Quesiti; e con ciò restano pareggiati i nostri conti. Non occorreva, ch' ella si prendesse tanta fretta per questo dinaro, perchè mio Zaccaria sarebbe venuto a portargli il Pagato, e riceverlo. Se i tempi si faranno migliori, nella prossima settimana egli sarà in Trevisio; e caso ch'ella ancora fosse costì, lo passerò al suo Palazzo. Frattanto pieno di vera stima passo con tutto l'ossequio a protestarmi

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 25 9bre 1780

Um.o Dev.mo Obb.mo Servitore
Giustiniano Coleti

di ... dee entrarvi necessariamente ... questa potenza è svanita. Se Ella nè io come nel mio calcolo ... mi persuade del mio torto nella seconda difficoltà che le ho fatto sulla valutazione della forza che muove M, io sono un gran cattivo obbiettatore. In ogni caso io avrò sempre il vantaggio di liberarmi dai pregiudizi, e di acquistar nuovi lumi. Io sono con tutto il rispetto

Ferrara li 27 9bre 1780

Dev.mo ed Obblig.mo Serv.re Vero
F. Franc.o de Mafucci

Di V.S. Ill.ma

di 2 dee entrarvi necessariamente ... questa potenza è svanita. Se Ella
nè so come nel mio calcolo
mi persuade del mio torto nella seconda difficoltà che le ho fatto
sulla valutazione della forza che muove M, io sono un gran cattivo
obbiettatore. In ogni caso io avrò sempre il vantaggio di liberarmi dai
pregiudizj, e di acquistar nuovi lumi. Io sono con tutto il rispetto

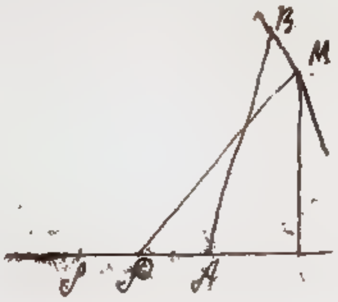
M. V. Ill.ma — Ferrara li 17 g.re 1780 — Dev.mo ed Obbl.mo Serv.e Vero
G. Franc.o de Malfatti

Al Nob.e Sig.e Sig. Pad.n Col.mo
Il Sig. Giordano Co: Riccati
Castelfranco

Ill.mo Sig.r Sig.r [illegible]

335

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r e Pron Col.mo



333

[illegible] l'Alembert dall'accusa del preteso sbaglio nella formola $d = -\frac{dvdz}{v}$
[illegible] quale è verissima, siccome nel Problema ch'egli considera, è vera
[illegible] altra $d = \frac{Ma^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2} \times \overline{M+P}.a^2-My^2}$, ovvero $d = \frac{a^2dy^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$, ove sia $P=0$.
Il lodato Autore, supponendo che la prima posizione della verga
[illegible] AB, e che vi siano attaccati i corpi M, P, immagina che questi corpi
[illegible]abbiano in B, A due velocità iniziali, cosicchè stia il primo [illegible]
[illegible] primo $-dy$ :: $\frac{My}{M+P}$: $\sqrt{a^2-y^2}$, e la direzione della prima velocità
di P sia AP, e i corpi non sian gravi. In tale ipotesi tutto va
a meraviglia, e la mia oscitanza nel riflettere a tutte queste
circostanze mi ha fatto cadere nell'accusa. Ora restituisco la riputa-
zione all'Autore Francese, e penso a riparare alla mia torto che
avrò di ritorno le carte, che a V. S. Ill.ma ho mandato. Ivi considerando
io un'altra ipotesi, cioè: che il corpo M sia grave, e che cominci
il moto dalla quiete m'imbatto nella formola $d = \frac{Ma^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2} \times \overline{M+P}.a^2-My^2}$
che non può stare in alcun modo, perchè essendo verissima l'altra
$d = -\frac{dvdz}{v}$, ne verrebbe coll'integrazione adattata al mio caso,
che d sarebbe sempre zero, il che è falso. Nel primo valore
di d dee entrarvi necessariamente la potenza che incita M al moto,
nè so come nel mio calcolo questa potenza è svanita. Se Ella
mi persuade del mio torto nella seconda difficoltà che le ho fatto
sulla valutazione della forza che muove M, io sono un gran cattivo
obbiettatore. In ogni caso io avrò sempre il vantaggio di liberarmi dai
pregiudizj, e di acquistar nuovi lumi. Io sono con tutto il rispetto
di V. S. Ill.ma   Ferrara li 27 Gen.re 1780   Dev.mo ed Obblig.mo Serv.re
F. Franc.o de Marfuori

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron. Col.mo

8 5

All' Ill.mo Sig. Sig. e Pron. Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

p. Venezia

Treviso

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron.e Col.mo

Essendo andato per mesi cinque nella Pro-
vincia di Lunigiana per la lunga confinazione
della Repubblica di Genova, finalmente son
ritornato alla Capitale, ed ho ripigliato l'affare
della Stampa della sua opera Musicale.

Lo stampatore Bindi di Siena avendola
[illegible] considerata, e trovandosi molto
[illegible] la spesa di detta Edizione, finalmen-
te mi ha scritto di non potersi allontanare
[illegible] la prima sua condizione, cioè, che V.S. Ill.ma
[illegible] dell'associazione ne pigli [illegible]
[illegible] esemplari, e che altri 50 ne riceverà in
[illegible]. Io averei tutta la premura, che uscisse
alla luce un'Opera così bella, vegga però nel
tempo medesimo, che il dover pagare 150 esemplari
[illegible] gravosa. Tocca per tanto a V.S. Ill.ma di
[illegible] i presenti patti, per deliberare sopra

[illegible]

la seconda parte delli Esemplare del P. M. Martini
in foglio di pag. 326 formato tutto da una serie
di esempj musicali mi costa solamente L 6:10 Vene=
ziane.
sono debitore di risposta alla gentilissima sua dei

i medesimi, se convengano, o no al suo già interesse. Attendo ciò stando la Sua grazia di risposta, e valendomi della presente opportunità per rinnovarle la particolare Sua stima, e rispetto verso la Sua Persona, alla quale mi dico

V. S. Illma

Firenze 9 Xbre 1780

All'Illmo Sig.r
Giordano Riccati
Treviso

Devotiss.mo Obb.mo Ser.re
Leonardo Ximenes

uane . . .

la seconda parte dalli Esemplare del P. M. Martini in foglio di pag. 326 formato tutto da una seria di esampj musicali mi costa soltanto 26 : 10 Venezia=
=ane.

sono debitore di risposta alla gentilissima sua dei

All'Ill.mo Sig. Sig. Pron Col.mo
Il Sig.r Giordano Riccati

Treviso

Illmo Sig. Sig. Prõn Colmo 341

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 337

prima proposizione del Sig. Bindi; con riserva per altro di esaminar meglio l'affare, fu ch'io prendessi 100. copie, delle quali me ne donava 25. Io risposi, che avendo esibito l'esito di 50. copia, la differenza non era tale, che non si potesse conciliare prendendo un mezzo. Gli suggerij di non far incidere gli esempj in rame, ma bensì di comporli coi caratteri mobili musicali, provedendone una cassetta dal Sig. Antonio della Volpe in Bologna. La dimanda, che ora mi fa, ch'io esiti, o paghi 150. esemplari, mi fa comprendere, ch'egli persiste nell'idea di far intagliare gli esempj, il che fa ascendere a molto prezzo la spesa della edizione. Si appigli al mio consiglio, e si vaglia dei caratteri mobili, e allora vi sarà luogo al maneggio, ed alla benigna mediazione di V. S. Illma dentro i limiti delle 50., e delle 75. copie. Per convincerlo di ciò, sappia che la seconda parte delli Esemplare del P. M. Martini in foglio di pag. 326 formato tutto da una serie di esempj musicali mi costa soltanto L 46:10 Veneziane.

Sono debitore di risposta alla gentilissima sua dei

ro opuscoli
gl Divi:
ttrissimo
el inchin
i, Della ra
inusica
esperienzi
esperienze
Sig Luigi
o. l'esperie
nzione
egli avverti
aria, m
$8x=8axq$
$-3r=0$
$-3r=0$
: Dà l'vol
: Ir
egli soggiunge
vero
[illegible]

14. Ottobre, che ho dovuto differire; perchè trovandomi
a Castelfranco, non avea presso di me il Manifesto
della sua Opera. Io credo, che sia sommamente
utile, e necessario l'esaminare per la via esperimen
le leggi fondamentali dell'Idraulica. Mio Padre
ha dimostrato, che se un Solido urta direttamente
Fluido, e che questo sfugga prontamente dai lati
la resistenza è come il quadrato della velocità.
Che se tutto il fluido spinto fuori di luogo seco
il moto del solido, la resistenza diverrebbe propor-
zionale al cubo della velocità. La resistenza
que proveniente dall'inerzia della materia dee
dentro questi due limiti; perchè il fluido in parte
sfugge dai lati, ed in parte seconda il movimento
del solido. Ci sono frattanto altre resistenze
scenti dal fregamento, dalla viscosità, le quali
a computo fanno sì, che la resistenza totale si adatti
a diverse leggi. Lo stesso mio Padre ha notato,
nelle vibrazioni grandi dei pendoli la resistenza
aria è proporzionale al quadrato della velocità
e nella minima diviene costante. Io vedo vagi

di questa diversità di leggi in una Dissertazione contenuta nel Tomo V. della Raccolta Ferrarese di Opuscoli, che ora si stampa dal Coleti in Venezia.

Se negli urti diretti sono varie le leggi, debbono ancora esser tali negli urti obbliqui; e quindi accade, che la legge posta in opera dalla natura non può esprimersi con una data ragione de' seni.

scindendo dalla resistenza, le velocità de' diversi strati delle acque correnti dovrebbero esser maggiori nelle maggiori profondità: ma la resistenza più, o meno grande del fondo fa sì, che la massima velocità più o meno da esso si scosti.

Ottimo consiglio dunque è stato il ricorrere alla Sperienza, per le quali era indispensabile la scelta, e la costruzione di una Macchina da Lei concepita, e messa in opera colla maggiore semplicità.

L'Opera ha da riuscire sommamente utile, ed interessante, ed io supplico V.S. Ill.ma a far notare il mio nome nel numero degli Associati, desiderando sommamente di studiarla, e di approfittarmi. E con pienezza di stima, e di ossequio mi dico

Di V.S. Ill.ma Treviso 22. Xbre 1766

Divot.mo Obb.mo Servo
Giordano Riccati

Sig.r Ab. Leonardo Ximenes
Firenze

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Non so, se a V. S. Ill.ma sia pervenuto alle mani un volume composto di quattro opuscoli analitici, e stampato in Livorno. L'autore n'è il Sig.r Pietro Paoli Livornese divenuto non ha molto Professore di Matematica in Mantova. Egli si mostra un valentissimo Analista. Nel primo Opuscolo tratta dell'integrazione di certe equazioni, che includono differenze finite, e variabili. Se una funzione qualunque, dic'egli, della variabile x venga espressa in questa forma y,x. poi in luogo di y,x si sostituisca $y,x+1$, $y,x+2$, $y,x+3$ &c. gli Analisti finora hanno contemplate quelle equazioni, che son composte, e risultano dalla somma di simili quantità. La generale equazione $Ay,x + By,x+1 + Cy,x+2 + Dy,x+3 + \&c. = 0$ è stata integrata dal Sig.r Luigi de la Grange. L'autore qui ora vuole integrare l'equazione seguente $Ay,x + By,2x + Cy,4x + Dy,8x + Ey,16x + \ldots\ldots + Ny,2^n x = 0$. Espone prima il metodo generale, poi propone il primo esempio. Sia l'equazione $32y,16x - 140y,8x - 975y,4x + 380y,2x - 32y,x = 0$ Vuolsi trovare l'Integrale completo. Facciasi $y,x = ax^m$, ove a è una costante arbitraria, m una costante da determinarsi. Sarà $y,2x = 2^m ax^m$, $y,4x = 4^m ax^m$, $y,8x = 8^m ax^m$ &c. Fatte le sostituzioni l'equazione diviene $32.16^m - 140.8^m - 975.4^m + 380.2^m - 32 = 0$. Posta $2^m = z$, che dà $m = \frac{lz}{l2}$ s'ottiene $32z^4 - 140z^3 - 975z^2 + 380z - 32 = 0$ i di cui fattori sono $8 - z$, $-4 - z$, $\frac{1}{4} - z$, $\frac{1}{8} - z$. Il primo fattore ci dà l'integrale $ax^{l8:l2} = ax^3$, il secondo $bx^{l-4:l2}$, il terzo $cx^{l\frac{1}{4}:l2}$, il quarto $dx^{l\frac{1}{8}:l2}$. Quindi l'Integrale completo sarà $y,x = ax^3 + bx^{l-4:l2} + cx^{-2} + dx^{l\frac{1}{8}:l2}$

L'autore fin qui per quanto mi pare, dice bene. Ma non così nel discorso, che egli soggiunge

Dev.mo ed Obblig.mo Servitor Vero
G. Franc.o de Malfatti

se, diceegli $l-a$ fosse eguale ed eguale a la, sarebbe $bx^{l-4:la} = bx^2$, e però
dovrebbe soddisfare alla proposta equazione. Ma non è così, perchè sia $y,x = bx^2$
sarà $y,2x = 4bx^2$, $y,4x = 16x^2$, $y,8x = 64bx^2$, $y,16x = 256x^2$. Avremo in
l'equazione $81920bx^2 - 89960bx^2 - 15600bx^2 + 15120bx^2 - 320bx^2 = 0$, la quale non
do vero vera ne segue, che bx^2 non è integrale particolare.

Ma se i logaritmi de' numeri negativi sono immaginarj, allora $y,x = bx^{l-4:l2}$ sarà integrale
particolare, perchè $l-4 = l4 + \pi\sqrt{-1}$, ove π denota la semicirconferenza del circolo, il di cui raggio
gio è l'unità; Quindi $2^{l-4:l2} = 2^{2+\frac{\pi\sqrt{-1}}{l2}} = 2^2 . \overline{\cos.\pi\frac{l2}{l2} + \sin.\pi\frac{l2}{l2}\sqrt{-1}} = -4$.
Le debite sostituzioni avremo $81920bx^{l-4:l2} + 89960bx^{l-4:l2} - 15600bx^{l-4:l2} + 15120bx^{l-4:l2} - 3$[illegible]
equazion vera, dalla quale perciò si deduce una nuova prova in favore della sentenza
viana. Così egli.

Ma io rispondo, che egli dimostrato e nelle lettere del Sig. Conte Abate Vincenzo, e in altre da
lui stampate nel Giornale di Modena, che $l\pm4 = l4 + mp\sqrt{-1}$: dunque $2^{l\pm4:l2} = 2^{\frac{l4+mp\sqrt{-1}}{l2}}$
$2^2 . \cos. mp + \sqrt{-1}\sin. mp$, intendendo per m un qualunque numero della serie $0, 1, 2$
se $m = 0$ sarà dunque $2^{l\pm4:l2} = 2^{l4:l2} = 2^2 . \cos. 0$. Ma il medesimo Sig. Conte
ha dimostrato, che $\cos. 0 = \pm1$; dunque $2^{l\pm4:l2} = 2^{l4:l2} = \pm4$. Egli è
chiaro, che per non cagionare un equivoco si dee porre $2^{l4:l2} = 4$, e $2^{l-4:l2} = -4$,
$2^m = z$, e in conseguenza $m = \frac{lz}{l2}$, voglio dire, che cangiandosi il numero z di negativo
tivo in positivo, e viceversa fuori del segno l, si dee altresì intender cangiato lo
stesso segno. Per questa ragione è non già quella che si deduce dall'autore $bx^{l4:l2}$ non
grale particolare dell'equazione. Ma se ritenendosi, come si dee, il valor negativo
$bx^{l4:l2}$ si moltiplichi successivamente per la serie della potenze di z, i di cui
si sono $0, 1, 2, 3, 4$, $bx^{l4:l2} = bx^2$ si potrà dire integrale pella stessa ragione
che $bx^{l-4:l2}$. Non so, s'io dica giusto. Rimetto però la cosa al finissimo giudizio di
V. S. Ill.ma, a cui con profondo ossequio mi protesto

Modena 12 Decembre 1780

Umil.mo e Dev.mo
Giuseppe Consani

ente

oma

ma

due

ra

anno

ie

timo

cessan

MSP

Dev.mo ed Obblig.mo Servitor Vero

G. Franc.o de Malfatti

5

All Nobile Ill.mo Sig.re Sig.re e Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Soluzione del Problema della verga fornita di due gravi alle sue estremità 345
... oggiata sul un piano orizzontale.

A è la prima situazione della verga, ed è inclinata [illegible] piano con un angolo
... se ne l'ordinata alla curva descritta dal grave 116, diventa [illegible] = 6. La lunghezza

Ill.mo Sig. Sig. Prone Col.mo 343

...erà V.S. Ill.ma la mia importunità, e ne darà tutta la colpa al [illegible]
... io ho di essere illuminato. Le acchiudo la nuova soluzione del noto
...blema, che aveva già preparata prima di ricevere la gentilissima
... lei lettera. Nella precedente soluzione, risolvendo la forza Rq
...lle due Rb, Rc non tra loro normali, non determinava a dovere la
...antità della pressione sul piano, e perciò nel calcolo mi svaniva la
...rza Rq. La presente evita questo errore, e fa nascere la Para-
...bola da Lei indicata nel caso di P=0, e della velocità iniziale di P
...finita. Sicchè pare che non ammetta dubbio la maniera, con cui
... ho intrapreso di risolvere nuovamente questo Problema.
... ese incombenza di V.S. Ill.ma si è ora di conciliarmi
le idee metafisiche de' movimenti coi risultati del calcolo.
Dalla dottrina e bontà di Lei aspetto la dicifrazione
de' miei dubbj; ed augurandole pronto e stabile ristabilimento de'
suoi occhi tanto benemeriti delle lettere, con pieno ossequio mi
rifermo
Di V.S. Ill.ma

Ferrara li 13 Xbre 1780

Dev.mo ed Obblig.mo Servitor Vero
G. Franc.o de Malfatti

Rq, ... ntamente ... rrivate ... rreversi ... bero ... zione ... posizioni ... e deva ... dotta ... ticia ... do ne due ... risolve ... e, che ... po si ... mpulse ... Rn nei ... uali tra ... Rc, che saranno ... due impulsi Rc, RV, Rc ... mpulso ... ie rq. ... l'ultimo ... ge ... eguale ... rq possan ... rimanere ... ovvero MSP ... mente ... urve ... [illegible] ... (Rnq - RV

344

All' Ill.mo Sig. Sig. Prone Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

p Venezia — 8 — Treviso

Soluzione del Problema della verga fornita di due gravi alle sue estremità che poggia sull'un piano orizzontale.

A è la prima situazione della verga, ed è inclinata coi ... piano con un angolo ... che l'ordinata alla curva descritta dal grave M6, diventa ... = b. La lunghezza della verga = a = PM. HF = z, AF = x, ... = y, RH = gz = dx, MH = −dy e la forza acceleratrice del grave M = 1.

... due elementi eguali Pp, pπ, suppongo che mentre M scorre l'archetto MR, il corpo P scorra Pp. Il 1° tempicello, in cui da P si scorre pπ sarà infinitamente ... diverso dal primo. Suppongo inoltre, che in questo 2°. istante, se P arrivato in p diventasse libero a un tratto, colla velocità in p che chiamo u, scorrerebbe in moto equabile solamente pf; e se M arrivato in R diventasse libero colla velocità in R che chiamo V scorrerebbe equabilmente RK nella direzione medesima di MR. Ma perchè i moti de' corpi si comunicano per l'interposizione della verga, il corpo M nel 2°. istante non scorrerà RK, ma Re, che devia infinitamente poco da RK, e il punto e si trova in sito tale che condotta eπ deve essere eπ = PM. Ciò posto si tiri Ke, e ad essa una parallela ed eguale RZ; indi si congiunga KZ. Sarà dunque l'impulso RK risoluto ne' due impulsi Re, RZ. Condotta poi per R la 6K normale alla verga, R, risolve l'impulso RZ ne' due impulsi normali tra loro RK, RV. Suppongo in fine, che ... particella Rn ... quello, che scorrerebbe equabilmente nel 2°. istante il corpo ... ... libero in vigore della sua gravità, ovvero che Rn rappresenti l'impulso ... della gravità con cui equabilmente scorrerebbe lo spazietto proporzionale a Rn nel 2° tempuscolo e questo impulso Rn pure resta risoluto nei due impulsi normali tra loro Rc, R6. Avrem dunque tutti gl'impulsi che agiscono in R, che saranno Rc, RV, Re, RK, R6. Facciam prima che si distruggano tra loro due impulsi RK, R6, converrà che sia RK = R6. Restano dunque i tre soli Rc, RV, Re. Di questi i due primi che hanno direzioni opposte formeranno l'unico impulso Rc−RV, cui prendo eguale pr, e da r faccio cadere sul piano la normale rq. Restando per tal modo risoluto l'impulso pr = Rc−RV nei due pq, qr, e l'ultimo rimanendo distrutto dalla opposizione del piano, affinche restino liberi gli impulsi pπ, Re, è necessario che l'impulso motore per pq, sia eguale all'impulso motore per πf, e però dee valer l'equazione PQ = M. pq; passando dagl'impulsi agli spazi scorsi, che sono a quelli proporzionali, e chiamando ... P le masse de corpi. Ora pei triangoli simili Rnc, Rgp, ovvero MSP abbiamo a . y :: Rn : Rc = $\frac{Rn\,y}{a}$. Dunque $Rc - RV = pr = \frac{Rn \cdot y}{a} - RV$. Parimente a : $\sqrt{a^2-y^2}$ :: Rn : R6 = $\frac{Rn\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Dunque RK = $\frac{Rn\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Son pure simili i due triangoli prq, MPS; e quindi PM : PS :: pr : pq, cioè a : $\sqrt{a^2-y^2}$ :: $\frac{Rn \cdot y}{a} - RV$: pq = $\left(\frac{Rn\,y}{a} - RV\right) \times \frac{\sqrt{a^2-y^2}}{a}$, e però chiamato πf = d avremo $PQ = \frac{M\sqrt{a^2-y^2}}{a}\left(\frac{Rn\,y}{a} - RV\right)$

Chiamisi ora v la velocità che ha il corpo R per la direzione verticale. Essendosi posta $=1$ la forza acceleratrice libera della gravità, sarà pel Teorema Alembertiano $Rn = \frac{dy^2}{v^2} = d\theta^2 = \frac{d\zeta^2}{u^2}$, ove si chiami $d\theta$ l'istante in cui si scorre [illegible] nel grave P. Colla sostituzione avrem dunque 1° $RK = \frac{d\zeta^2 \sqrt{a^2-y^2}}{au^2}$ 2° $P\ell = \frac{My\, d\zeta^2 \sqrt{a^2-y^2}}{a^2u^2} - \frac{M \cdot RV\sqrt{a^2-y^2}}{u}$.

Condotta la KV, presa $Ri = MR$, e congiunte le πi, πK, tiro fino alla πK la Ro parallela a VK, e unisco la eo. Essendo Ro, KV parallele, ed eK infin. di 2° ordine, saranno RV, oK di 2° ordine, e la differenza tra RV, Ko infinitesima di 3° ordine. Ora siccome qui non entrano in computo che le differ. di 2°, si potranno considerare come eguali Ro, KV. Ma sono anche eguali e parallele Re, KZ. Dunque i due triangoli ZKV, oRe saranno eguali, e quindi $ZV = oe$, ossia $RK = oe$, e però 3° $oe = \frac{d\zeta^2\sqrt{a^2-y^2}}{au^2}$.

Faremo ancora la riflessione, che potendosi considerare ZV, oe, ossia RK, [illegible] parallele, poiché RK è normale alla verga πR, e la situazione della verga πe differisce infinitamente poco dalla situazione pR, si potrà considerare oe [illegible] male alla verga πe; e siccome l'angolo $o\pi e$ è infinitesimo di 2° ordine perchè di quest'ordine è oe, si potrà considerare oe come un archetto di cerchio descritto col centro in π, e nulla la differenza tra πe, e πo [illegible] questa differenza va ad essere infinitesima di 3° ordine.

[illegible] centro in ζ intersezione delle due rette RM, pR; e coi raggi ζM, ζP si descrivano [illegible] archetti MN, PT fino alla retta pR prodotta se occorre, e col centro in π e [illegible] πi fino alla prodotta πK, l'archetto iY, che necessariamente dee cadere al di là [illegible] iK, perchè essendosi fatto il primo angolo PMR acuto, per la infinitesima [illegible] [illegible] delle rette PM, πi, dee essere acuto anche l'ang.° $\pi i K$, e [illegible] considerarsi eguale all'angolo PMR, e però i complementi a un retto RMN, KiY saranno eguali e simili i triang.i [illegible] MRN, iKY. L'ang.° poi $M\zeta R$ $= \frac{MN}{M\zeta} = \frac{PT}{P\zeta}$, e quindi [illegible] ; onde $MN + PT : M\zeta + P\zeta\ (= PM)$ e $\frac{MN+PT}{PM} = \frac{PT}{P\zeta}$; sicchè l'ang.° $M\zeta R = \frac{MN+PT}{PM}$. Ma l'ang.° $M\zeta R$ [illegible]

[illegible] $MN = -PT - \frac{ady}{\sqrt{a^2-y^2}}$. De' due triang.i PTp, PMS sono simili [illegible] $PM : MS :: Pp : PT$, cioè $a : y :: d\zeta : PT = \frac{y\,d\zeta}{a}$. Onde $MN = -\frac{y\,d\zeta}{a} - \frac{a\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$ [illegible]

Inoltre nel essere $RN + R\zeta + \zeta T = PM = R\zeta + \zeta T + Tp$, sarà $RN = pT$ [illegible] [illegible] PM, PS [illegible] $Pp : pT$, cioè $a : \sqrt{a^2-y^2} :: d\zeta$ $pT = \frac{d\zeta\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Dunque RN [illegible]

Perchè poi MR, Pp sono scorse equabilmente nel medesimo primo istante [illegible] [illegible] abbiamo $MR : Pp :: v : u$; e perchè RK, pf sarebbero scorse equab. [illegible] nel medesimo 2° istante colle stesse velocità v, u avremo $RK : pf :: v : u$, [illegible] anche $MR : Pp :: RK : pf$, ovvero $MR : RK :: Pp : pf$ [illegible] $p\pi - \pi f$ [illegible]

…rà $MR : RK - MR \; (= RK - Ri = iK) :: p\pi : -\pi f$, cioè $MR : iK :: dz : -\delta$. Ma per i triangoli simili MRN, iKy, $MR : iK :: RN . Ky$. Dunque $dz : -\delta :: RN : Ky$ $\frac{dz\sqrt{a^2-y^2}}{a} . Ky = -\frac{\delta\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Ora è $Ky = \pi i - \pi K$. Dunque $\pi i - \pi K = -\frac{\delta\sqrt{a^2-y^2}}{a}$.

Abbiam fatto vedere che Ro, KV si possono ricevere come eguali, e son paralle… Dunque oK, RV si possono ricevere come eguali e parallele. Ma perchè oe può concepire come un archetto di cerchio, $\pi K - \pi e$ è lo stesso che $\pi K \; \pi o$, cioè lo stesso che oK cioè lo stesso che RV. Dunque $\pi K - \pi e = RV$, e unite insieme queste due ultime equazioni, $\pi i - \pi e = RV - \frac{\delta\sqrt{a^2-y^2}}{a}$. Il lemma poi ci dà $\pi i - \rho R = \frac{a\delta y^2}{a^2-y^2}$. Sottratta pertanto questa equazione dalla precedente, resterà $\rho R - \pi e$, cioè $0 = RV - \frac{\delta\sqrt{a^2-y^2}}{a} - \frac{a\delta y^2}{a^2-y^2}$, ovvero 4^a $RV = -\frac{\delta\sqrt{a^2-y^2}}{a} - \frac{a\delta y^2}{a^2-y^2}$.

…iamo ora agli angoli che fa la verga col piano nelle 3 diverse posizioni, e sia … la intersezione delle due rette PM, πi; e il punto g la intersezione delle due ρR, πe, …otundo se per indicare gli angoli positivi li prenderemo dalla parte dell'angolo $M\xi R$ e per indicare negativi li prenderemo dalla parte opposta. Abbiamo qui i tre angoli SPM, $S\rho R$, $S\pi e$. Dunque $S\rho R - SPM$ sarà la differenza de' due primi angoli, e $S\pi e - S\rho R$ sarà la differenza tra il terzo e il secondo; sicchè la differenza tra $S\pi e - S\rho R$, e $S\rho R - SPM$ sarà la differenza seconda dell'angolo SPM. Ora per ragion dell'ang.o SPM esterno rispetto al triang.o $P\rho\xi$, abbiamo $SPM - S\rho R = P\xi\rho$ sarà quindi $S\rho R - SPM = M\xi R$. Ma pel lemma, $M\xi R = Rli$. Dunque $S\rho R - SPM = Rli$. Parimente, essendo $S\rho R$ esterno rispetto al triang.o $\rho l\pi$, avremo $S\rho R - S\pi e = \pi d\rho$, e quindi $S\pi e - S\rho R = Rde$. Sarà perciò la differenza 2ª dell'ang.o $SPM = Rde - Rli = i\pi e = i\pi K + K\pi e = \frac{iy}{\pi i} + \frac{oe}{\pi e} = \frac{iy}{PM} + \frac{oe}{PM}$, perchè πi non è che infinitamente poco diverso da πe, cioè da PM. Ma la differenza prima dell'ang.o SPM è $= -\frac{dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Dunque $D\left(-\frac{dy}{\sqrt{a^2-y^2}}\right) = \frac{iy}{PM} + \frac{oe}{PM}$. Ora sta $MR : iK ::$ …$N . iy$; $MR : iK :: Pp : -\pi f$. Dunque $Pp : -\pi f :: MN : iy$, cioè in analisi $dz : -\delta :: -\frac{y\,dz}{a} - \frac{a\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$ $iy = \frac{\delta y}{a} + \frac{a\delta dy}{dz\sqrt{a^2-y^2}}$, e siccome $oe = RK = \frac{dz^2\sqrt{a^2-y^2}}{au^2}$, colle sostituzioni avremo 5^a $D\left(\frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}\right) = \frac{\delta y}{a^2} + \frac{\delta dy}{dz\sqrt{a^2-y^2}} + \frac{dz^2\sqrt{a^2-y^2}}{a^2u^2}$.

…ultimo, chiamando dt il tempo, in cui colla velocità u si scorre Pp, e $d\theta$ il tempo in cui colla velocità u accresciuta in p di du si scorre equabilmente nel moto obbligato la $\rho\pi$, avremo le tre equazioni $u\,dt = dz$, $(u+du)\,d\theta = dz$, $u\,d\theta = \rho f = dz - \delta$. Sottratta …3^a dalla 2^a, sarà $du\,d\theta = \delta$. Ma $d\theta = dt + \omega$ in cui ω è un infinitesimo di 2° ordine. Dunque $du\,dt + \omega\,du = \delta$, cioè $du\,dt = \delta$, perchè $\omega\,du$ è infinitesimo di 3 ordine. Ma $dt = \frac{dz}{u}$ per la prima. Dunque 6^a $\delta = \frac{du\,dz}{u}$.

…minato il raziocinio veniamo al calcolo. Il valore di RV trovato nella 4^a, si sostituisca nella 2^a, e avremo $P\delta + \frac{M(a^2-y^2)\delta}{a^2} = \frac{My\,dz^2\sqrt{a^2-y^2}}{a^2u^2} - \frac{M\delta y^2}{\sqrt{a^2-y^2}}$, che dà

$$d = \frac{My\,dz^2\sqrt{a^2-y^2}}{u^2(M+P\cdot a^2 - My^2)} - \frac{Ma^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2}(M+P\cdot a^2 - My^2)}$$. Per facilitare il calcolo, si faccia $\frac{M+P}{M}$ ...

$dz = \frac{\overline{q-1}\;y\,dy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$ in cui q è una nuova incognita. Poichè dz è costante, ...

$ddy = \frac{-a^2dy^2}{y(a^2-y^2)} - \frac{dq\,dy}{q-1}$ e però $d\left(\frac{-dy}{\sqrt{a^2-y^2}}\right) = \frac{dy^2}{y\sqrt{a^2-y^2}} + \frac{dq\,dy}{\overline{q-1}\sqrt{a^2-y^2}}$. Il superior valore ...

colla sostituzione diverrà tale, $d = \frac{\overline{q-1}^2\cdot y^3dy^2}{n^2u^2\sqrt{a^2-y^2}\times na^2-y^2} - \frac{a^2dy^2}{\sqrt{a^2-y^2}\times na^2-y^2}$, e l'equazione 5ª si ...

gierà nella seguente $\frac{dy^2}{y\sqrt{a^2-y^2}} + \frac{dq\,dy}{\overline{q-1}\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{dy}{a^2} + \frac{n\,d}{y^{-1}\cdot y} + \frac{\overline{q-1}^2\cdot y^2dy^2}{n^2a^2u^2\sqrt{a^2-y^2}}$, onde si trae

$d = -\frac{y^3dy^2(q-1)^3}{n^2u^2} + a^2dy^2\times\overline{q-1} + a^2y\,dq\,dy \times \frac{1}{\sqrt{a^2-y^2}\,(qy^2+a^2y^2)}$. Confrontati poi i due valori

di d, avremo $\frac{y^3dy\times\overline{q-1}^2}{n^2u^2} - a^2dy \times \frac{1}{na^2-y^2} + \frac{y^3dy\,(q-1)^3}{n^2u^2} - a^2dy\,(q-1) - a^2y\,dq \times \frac{1}{qy^2+na^2-y^2}$ ...

che ridotta presenta $\frac{qy^3dy\,(q-1)^2}{nu^2} - na^2q\,dy - y\,dq\,(na^2-y^2) = 0$, cioè

7ª. $u^2 = \frac{qy^3dy\,(q-1)^2}{n(na^2q\,dy + y\,dq(na^2-y^2))}$. Questo valore posto nel primo di d somministra ...

$d = \frac{y\,dq\,dy}{nq\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{du\,dz}{u}$, per la sesta equazione, cioè $\frac{y\,dq\,dy}{q\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{du}{u}\cdot\frac{\overline{q-1}\;y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, ovvero

$\frac{du}{u} = \frac{dq}{q\cdot\overline{q-1}} = -\frac{dq}{q} + \frac{dq}{q-1}$. Questa equazione integrata coll'aggiunta della ...

fa risultare $u = C\times\frac{\overline{q-1}}{q}$, e però $u^2 = \frac{C^2\times\overline{q-1}^2}{q^2}$; onde sostituito questo valore nell'

equazione 7ª, nascerà $\frac{C^2\times\overline{q-1}^2}{q^2} = \frac{qy^3dy\,(q-1)^2}{n(na^2q\,dy + y\,dq(na^2-y^2))}$, cioè $\overline{C^2n^2a^2y - C^2ny^3}\times\frac{dq}{q^3}$ +

$\frac{C^2n^2a^2dy}{q^2} = y^3dy$. Facciasi $\frac{1}{q^2} = r$, onde nasca $\frac{dq}{q^3} = -\frac{dr}{2}$, e in conseguenza

8ª $\frac{C^2n^2a^2yr - C^2ny^3r}{2} \times \frac{-dr}{r} + \frac{2na^2dy}{na^2y-y^3} = y^3dy$. Pongasi inoltre $-\frac{dr}{r} + \frac{2na^2dy}{na^2y-y^3} = \frac{ds}{s}$. Poi...

$\frac{2na^2dy}{na^2y-y^3} = \frac{2dy}{y} - \frac{dy}{na+y} + \frac{dy}{na-y}$, sarà integrando $\log.\frac{y^2}{r(na^2-y^2)} = \log.s$, onde si deduce

$r = \frac{y^2}{s(na^2-y^2)}$, che sostituito nella 8ª la cangia in $\frac{C^2ny^3ds}{2s^2} = y^3dy$, ossia $\frac{C^2nds}{2s^2} = \ldots$

Dalla integrazione di questa con una nuova costante nasce $s = \frac{C^2n}{2(D-y)}$, e ...

$r = \frac{2y^2(D-y)}{C^2n(na^2-y^2)}$ e poi $q = \frac{C\sqrt{n}\sqrt{na^2-y^2}}{y\sqrt{2}\sqrt{D-y}}$; onde, poichè abbiamo fatto

$dz = \frac{\overline{q-1}\cdot y\,dy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$, sarà $dz = \frac{C\sqrt{na^2-y^2}\times dy}{\sqrt{2n}\sqrt{D-y}\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{y\,dy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$. Posto poi il valore di q nell'

equazione $u = C\times\frac{\overline{q-1}}{q} = C - \frac{C}{q}$, avremo $u = C - \frac{y\sqrt{2}\cdot\sqrt{D-y}}{\sqrt{n}\sqrt{na^2-y^2}}$.

Per cio ...

[Per] determinare la costante D, supponiamo, che quando $y=b$, cioè al principio [d]el moto sia $u=C$: si vede subito, che è la costante $D=b$. Dunque

$$u = C - \frac{y\sqrt{2}\sqrt{b-y}}{\sqrt{n}\sqrt{na^2-y^2}}$$, e $$dz = \frac{C\,dy\sqrt{na^2-y^2}}{\sqrt{n}\sqrt{2\cdot b-y}\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{y\,dy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$$; e siccome dalla equazione $x+z=\sqrt{a^2-y^2}$ ricaviamo $dz = -dx - \frac{y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, sarà

$$dx = -\frac{(n-1)\,y\,dy}{n\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{C\,dy\sqrt{na^2-y^2}}{\sqrt{n}\sqrt{2}\sqrt{b-y}\sqrt{a^2-y^2}}$$ l'equazione [della] curva, che descrive [il corpo] [illegible]

[illegible] si [illegible] [le] velocità iniziali de' corpi, si ritrova essere l'equazione.

[illegible] nella soluzione del Problema abbiam fatto $RG = RK$. Dunque [illegible]
Ma nella soluzione del Problema abbiam fatto ... equilibrerà l'impulso della gravità del grave R, e perciò la resistenza del piano equilibrerà l'impulso della gravità del grave R, onde il grave R al principio non avrà conato alcuno al moto, e [se] venga in angolo col piano non si moverà in eterno.

Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo

L'elaboratissima nuova sua soluzione conduce al vero nell'ipotesi, che quando il corpo grave M cominciò a discendere abbia comune col corpo D

Illmo: Sig.re Sig.re Prone Colmo:

Dal pregiatissimo foglio di V.S. Illma 30: Cad.te sento finalmente giunto uno dei tre fagotti spediti con le Copie 12= Prodromo, assicurandola che io ne ho provata la maggior mortificazione.

Intanto supplico la bontà di V.S. Illma darne avviso al Illmo: Sig.re Gio: Francesco Malfatti a Ferrara che le sarò tanto obbligato

E con il vivo desiderio di suoi comandi passo a dichiararmi Ø sempre.

Di V.S. Illma:

Viena 15 Xbre 1780

Umilmo: Dmo Obbmo Serv.re
Giuseppe Lazzini Carli

352

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo 353 57

L'elaboratissima nuova sua soluzione conduce al
vero nell'ipotesi, che quando il corpo grave M
cominciò a discendere abbia comune col corpo D

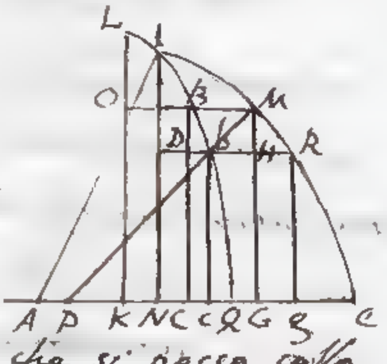
4

All' Ill.mo Sig.re Sig.re Pron Col.mo
Il Sig.re M.se Giordano Riccati
Venezia ff Treviso

2.

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo

La elaboratissima nuova sua soluzione conduce al vero nell'ipotesi, che quando il corpo grave M cominci a discendere abbia comune col corpo P la velocità orizzontale = C. Ella perviene all'equazione $dx = -\frac{(n-1)ydy}{n\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{Cdy\sqrt{na^2-y^2}}{\sqrt{n}\sqrt{2b-y}\sqrt{a^2-y^2}}$, che, sendo $n = \frac{M+P}{M}$, si riduce alla seguente $dx = -\frac{Pydy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{Cdy\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{M+P}\sqrt{2b-y}\sqrt{a^2-y^2}}$. Ecco come nella predetta ipotesi io sciolgo semplicemente il Problema.



Col mezzo del moto translato agevolmente si prova, che l'ordinata OM della curva IMRC descritta dal corpo M sarà uguale all'ordinata OB dell'ellissi LBQ più BM = Ct, ch'è quello spazio, che si passa colla velocità equabile C nel tempo t, in cui si scorre la porzione d'ellissi IB. Si inferisca, che nel medesimo tempicello dt si passano gli spaziatti Bb = ds, HR = Cdt, e che per conseguenza egli è di uopo indagare il valore di Cdt.

Quando nella mia prima soluzione provato $ds = -\frac{dy\sqrt{\overline{M+P}^2.a^2-\overline{2PM-M^2}.y^2}}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$, e la velocità per detto spazio, cioè a dire $V = \frac{\sqrt{(\overline{M+P}^2.a^2-\overline{2PM-M^2}.y^2).2b-y}}{\sqrt{\overline{M+P}.(\overline{M+P}.a^2-My^2)}}$, ed essendo $\frac{Cds}{V} = Cdt$; scopriremo $Cdt =$

[illegible]

Giambattista Nicolai

$$\frac{-Cdy\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{2.\overline{b-y}.\overline{M+P}.\overline{a^2-y^2}}}.$$

Sarà pertanto l'elemento dell'ordinata della curva IMRQ descritta dal corpo M $= dX = dx$ $-\frac{Cdy\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{2.\overline{b-y}.\overline{M+P}.\overline{a^2-y^2}}}$; il quale corrisponderà all'elemento MH $= -dy$ dell'assissa. E perchè $dx = \frac{-Pydy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}}$, avremo

$$dX = \frac{-Pydy}{\overline{M+P}\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{Cdy\sqrt{\overline{M+P}.a^2-My^2}}{\sqrt{2.\overline{b-y}.\overline{M+P}.\overline{a^2-y^2}}},$$ che è

la stessa equazione, a cui dalla serie de' suoi raziocinj Ella è stata condotta.

Resta ch'io concilj le idee metafisiche dei movimenti coi risultati del calcolo. Sembra a V.S. Ill.ma che la pressione della verga sul piano abbia da consumare una porzione di forza viva. E in fatti nascendo fregamento tra la verga e il piano, si diminuirebbe certamente la forza viva. Or essendo il fregamento in ragione composta della pressione, e della scabrosità del piano, se questa è uguale a nulla, il fregamento è nullo. I valori adunque delle velocità dei corpi M, P, che risultano dal calcolo saranno esatti, quando il piano si supponga levigatissimo.

communemente si ammette, che la velocità di un grave, che discenda per un piano inclinato, sia uguale a quella, che acquisterebbe discendendo per la verticale; e pure il grave preme il piano continuamente. La proposizione è vera, quando il piano si supponga non meno che il corpo infinitamente levigato.

Ritornato da Castelfranco a Treviso ho trovato un fagotto colle dodici copie del Prodromo. Non ho potuto ancora leggere il suo Articolo sopra il Lotto, ma lo gusterò quanto prima, ed intanto con pieno costante rispetto mi confermo

Di V. S. Illma

Treviso 29. Xbre 1766

Illmo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti
Ferrara

Divotmo ed Obblmo Servitor Vero
Giordano Riccati

Ms. Xxxx co Padova

350 350

Illmo Sig.r Sig.r mio Pron Colmo

[illegible] Sig.r conte Adriano Dondi-Orologio [illegible] mi obbliga di raccomandare a V. S. Illma un certo Pietro [illegible] della Città, che concorre [illegible] nella città di Udine. Le relazioni, ch'à V.S. Illma con la sua [illegible] di Udine, la di lei ben nota probità, e [illegible] fanno molta confidenza a questo [illegible], che possino molto giovare ad ottenere il [illegible]. Io non posso negargli questa raccomandazione; nel mentre che però io non posso darle alcuna informazione del candidato, se non che è un [illegible], uscito dalla scuola del Sig. [illegible] ma in non avendo sin ora esercitato la Medicina pratica non può avere che speranze ragionevoli di una buona riuscita. [illegible] però che in caso si voglia, ch'io gliel'ho raccomandato.

Questa circostanza mi da motivo di rinnovare a V.S. Illma [illegible] la mia antica servitù, e quella [illegible] rispetto, e [illegible] gratitudine, con cui mi segno Di V.S. Illma Sig.r Colmo

[illegible] Padova

Umo Devmo Obbmo Servitore
Giambattista Nicolai

5 5 3 5 46

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

5 5

3